نام و نام خانوادگی .....سبا فیضی..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۹... کلاس دختران گروه B یازدهم

۱

$$f(x)=\begin{cases}\cot\frac{\pi x}{۴} & ;\ x\le ۱\\ \sqrt{x^۲+۱} & ;\ x>۱\end{cases}\qquad fof\left(\frac{۲}{۳}\right)=?\ \boxed{۲}$$

$$f\left(f\left(\overset{\sqrt{۳}}{\cancel{\frac{۲}{۳}}}\right)\right)=?\Rightarrow f(\sqrt{۳})$$

$$\frac{۲}{۳}\le ۱\Rightarrow \cot\left(\frac{\pi\times\frac{۲}{۳}}{۴}\right)=\cot\left(\frac{\pi}{۶}\right)=\sqrt{۳}$$

$$\sqrt{۳}>۱\Rightarrow\sqrt{(\sqrt{۳})^۲+۱}=\sqrt{۴}=۲$$

۲

الف) $fog\left(\frac{\pi}{۳}\right)=f\left(\frac{۱}{۲}\right)=\sqrt{\frac{۲x-۱}{x^۲}}\Rightarrow x=۲\Rightarrow\sqrt{\frac{۴-۱}{۴}}=\boxed{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$

$\cos\left(\frac{\pi}{۳}\right)=\frac{۱}{۲}\qquad \frac{۱}{x}=\frac{۱}{۲}$

$g(x)=۲\times\left(\frac{۱}{۲}\right)^۲=\frac{۱}{۲}$

ب) $fog(\sqrt{۲})=\boxed{-۴}$

$$\left[\frac{x}{۱-x}\right]\Rightarrow\left[\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}\right]\xrightarrow{\text{گویا}}\left[-۲-\sqrt{۲}\right]=-۴\qquad\frac{\sqrt{۲}}{۱-\sqrt{۲}}\times\frac{\sqrt{۲}+۱}{\sqrt{۲}+۱}=\frac{۲+\sqrt{۲}}{۱-۲}=-۲-\sqrt{۲}$$

۳

$f(x)=\sin x\qquad g(x)=x\sqrt{۱-x^۲}\qquad gof\left(\frac{\pi}{۴}\right)=?\ \frac{۱}{۲}$

$$g(f(x))=\sin x\sqrt{\underbrace{۱-\sin^۲x}_{\cos^۲x}}=\sin x\cos x\Rightarrow x=\frac{\pi}{۴}$$

$$\frac{\sqrt{۲}}{۲}\times\frac{\sqrt{۲}}{۲}=\boxed{\frac{۱}{۲}}$$

۴

الف) $fog(x)=\{(۴و۵),(۲و۵),(۹و۱۲),(۸و۱۲)\}$

ب) $gof(x)=\{\ \}$ یا $\varnothing$

ج) $fof(x)=\{\ \}$ یا $\varnothing$

د) $gog(x)=\{(۴و۸),(۲و۶),(۶و۱۰)\}$

۵

$f=\{(۲و۱)(۳و۲)(۴و۵)(۱و۷)\}\qquad g=\{(۱و۲)(۳و۱)(aو۳)(bو۱)\}$

$(۴و۲)\in fog$ و $(۴و۱)\in gof\qquad (aوb)\Rightarrow(۴و۵)$

$$\begin{tikzcd} ۴ \arrow[r] \arrow[d] & \boxed{a} \arrow[r] & ۲ \\ a & ۳ \arrow[u] & \end{tikzcd}\qquad\begin{tikzcd} ۴ \arrow[r] & \boxed{۵} \arrow[r] & ۱ \\ & ۵=b \arrow[u] & \end{tikzcd}$$

$f(f(x)) = ۴x+۳ \Rightarrow f(ax+b) \Rightarrow a(ax+b)+b \Rightarrow a^۲x + ab+b = ۴x+۳$

$a=۲ , b=۱ \Rightarrow ۲x+۱$

$g(۲x+۳) = ۳x-۲$

$a(۲x+۳)+b = ۳x-۲ \Rightarrow ۲ax+۳a+b = ۳x-۲ \Rightarrow a=\frac{۳}{۲}=۱٫۵$ ۶

$y=۱٫۵x-۶٫۵$ $b=-۶٫۵$

$g(\underbrace{f(-۱)}_{-۱}) = \boxed{-۸}$

$\underset{x\geq۰}{f(x)} = \sqrt{x+|x|}$ $g(x) = \frac{۱}{x^۲-۴x}$ $D_{gof} =$ ؟ $(۰,+\infty)-\{۸\}$

۱) $f(x)=\sqrt{۲x}$

۲) $f(x)=\sqrt{۰}=۰$

$x^۲-۴x\neq۰ \Rightarrow x(x-۴)\neq۰$

$x\neq۰ , x\neq۴$

$f(x)\begin{cases}\sqrt{۲x} & x\geq۰\\ ۰ & x<۰\end{cases}$ $g(f(x)) = \frac{۱}{(f(x))^۲-۴f(x)}$

$f(x)\neq۰$ $f(x)\neq۴$

- $f(x)\neq۰ \to \sqrt{۲x}\neq۰ \to \boxed{x\neq۰}$
- $f(x)\neq۴ \to \sqrt{۲x}\neq۴ \to ۲x\neq۱۶$

$\boxed{x\neq۸}$

$x<۰$ غ ق ق

$f(x)=۰$ ✗

$f(x)=\sqrt{۱-x^۲}$ $g(x)=\sqrt{x}$ $D_{(f+g)of} =$ ؟

$fof+gof \Rightarrow f(f(x))+g(f(x))$

$g(f(x)) \Longrightarrow \sqrt{\sqrt{۱-x^۲}} \Rightarrow f(x)=\sqrt{۱-x^۲}\geq۰$

$D_f = ۱-x^۲\geq۰$ ۸

$-۱\leq x\leq۱$

$f(f(x)) \Downarrow \sqrt{۱-(\sqrt{۱-x^۲})^۲} \Rightarrow \sqrt{۱-(۱-x^۲)} = \sqrt{x^۲} = |x|$

$D = [-۱,۱]$ نهایی

الف) $f\left(\frac{۳x+۱}{x-۲}\right) = ۴x+۵$

$\frac{۳x+۱}{x-۲}=t \Rightarrow ۳x+۱ = tx-۲t$

$x(۳-t) = -۲t-۱ \Rightarrow x = \frac{-(۲t+۱)}{۳-t} = \frac{۲t+۱}{t-۳}$

$۴\left(\frac{۲t+۱}{t-۳}\right)+۵ \Rightarrow \frac{۸t+۴}{t-۳}+\frac{۵t-۱۵}{t-۳} =$

$\frac{۱۳t-۱۱}{t-۳} = \boxed{\frac{۱۳x-۱۱}{x-۳}} = f(x)$

ب) $f\left(x+\frac{۱}{x}\right) = x^۳+\frac{۱}{x^۳}$

$x+\frac{۱}{x} = t$

$\left(x+\frac{۱}{x}\right)^۳ = x^۳+\frac{۱}{x^۳}+\overbrace{۳(x^۲)\left(\frac{۱}{x}\right)}^{۳x}+\overbrace{۳\left(\frac{۱}{x^۲}\right)(x)}^{\frac{۳}{x}}$

$۳\left(x+\frac{۱}{x}\right)$

$x^۳+\frac{۱}{x^۳} = \left(x+\frac{۱}{x}\right)^۳-۳\left(x+\frac{۱}{x}\right)$

$x^۳+\frac{۱}{x^۳} = \boxed{x^۳-۳x = f(x)}$

$g(۱)=۰$ و $g(۲\sqrt{۲})=۰$ ← محور x ها قطع

اختلاف طول‌ها (نقاطی که $(gof)(x)$ محور x ها را در آن قطع می‌کنند):

$(gof)(x) \Rightarrow g(f(x))=۰$

$۲-۱=\boxed{۱}$

$f(x)=۱$ یا $f(x)=۲\sqrt{۲}$

$f(x) = x\sqrt{x} = x^۱\times x^{\frac{۱}{۲}} \to x^{\frac{۳}{۲}}$ ۱۰

$x^{\frac{۳}{۲}}=۱ \Rightarrow \boxed{x=۱}$ $x^{\frac{۳}{۲}} = ۲\sqrt{۲} = ۲^۱\times۲^{\frac{۱}{۲}} = ۲^{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \boxed{x=۲}$