

۲۰. آزمون ختم خوب نوشتن!

نام و نام خانوادگی شماره کلاس نام و نام خانوادگی پاسنامه تشریحی تکلیف شماره کلاس نام و نام خانوادگی	
الف) $4x^2 - 5x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 4 = 0 \rightarrow (x-1)(x+4) = 0 \rightarrow x = 1, -4$ ب) $x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \rightarrow x = 9, -1$ ج) $x^2 - 7x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 7x - 12 = 0 \rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \rightarrow x = 4, -3$ د) $x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \rightarrow x = 8, -3$	۱
الف) $x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \rightarrow x = 7, -2$ ب) $x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 4 = 0 \rightarrow (x+2)(x+3) = 0 \rightarrow x = -2, -3$ ج) $x^2 + 2x + 3 = 0 \rightarrow D = b^2 - 4ac = 4 - 12 < 0$ معادله در حقیقت ندارد $\rightarrow$ خارج از حیطه د) $3x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow D = b^2 - 4ac = 4 + 12 = 16 \rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 \pm 4}{6} = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \frac{-2-4}{6} = \frac{-6}{6} = -1$	۲
$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\} \quad A \times B = B^2$ $A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ $B^2 = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$ $A \times B - B^2 = \{(1, 2), (1, 3)\}$	۳
الف) $f(x) = \{(\frac{1}{2}m^2), (2, 1), (-\frac{1}{2}m), (-2, m), (\frac{1}{2}m+1), (m, 4)\} \Rightarrow \overline{m} = -1$ $m^2 = m+1 \rightarrow m^2 - m - 1 = 0 \rightarrow (m-1)(m+1) = 0 \rightarrow m = 1, -1$ $m=2 \rightarrow (\frac{1}{2}4), (2, 1), (-\frac{1}{2}2), (-2, 2), (\frac{1}{2}2+1), (2, 4) \times$ غلط $m=-1 \rightarrow (\frac{1}{2}1), (2, 1), (-\frac{1}{2}(-1)), (-2, -1), (\frac{1}{2}(-1)+1), (-1, 4) \checkmark$ ب) $g(x) = \{(\frac{1}{2}m^2), (2, 1), (m, 4), (\frac{1}{2}m+1), (-2, m), (-1, 3)\} \Rightarrow$ باز از معادله $m^2 = m+1 \rightarrow m^2 - m - 1 = 0 \rightarrow m = 1, -1$ $m=2 \rightarrow (\frac{1}{2}4), (2, 1), (2, 4), (\frac{1}{2}2+1), (-2, 2), (-1, 3) \times$ غلط $m=-1 \rightarrow (\frac{1}{2}1), (2, 1), (-1, 4), (\frac{1}{2}(-1)+1), (-2, -1), (-1, 3) \times$	۴
$f(x) = \{(1, a^2), (1, \frac{1}{2}a+1), (a^2, \frac{1}{2}a+1)\}$ $a^2 = \frac{1}{2}a+1 \rightarrow a^2 - \frac{1}{2}a - 1 = 0 \rightarrow (a-1)(a+2) = 0 \rightarrow a = 1, -2$ $a=1 \rightarrow (1, 1), (1, 1), (1, 1) \times$ غلط $a=-2 \rightarrow (1, 4), (1, 4), (4, 1)$	۵

$$f(x) = \begin{cases} x^p - 1 & x < 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq p \\ x^p & x > p \end{cases}$$

$x=1 \rightarrow 0 = a+b \rightarrow -a-b=0$
 $x=p \rightarrow pa+b=1 \rightarrow \underline{pa+b=1}$
 $\underline{a=1, b=-1}$
 $ax+b = 1x-1 = [x-1]$

۶

$$f(x) = \begin{cases} px - p & x > k \\ k - px & x \leq k \end{cases}$$

$x=k \rightarrow pk - p = f - pk$
 $pk = \sqrt{k} - \frac{p}{\omega}$

۷

الف) $y^p - ay = x^p - px + p \xrightarrow{x=1} y^p - ay = 0 \rightarrow y(y^p - a) = 0 \rightarrow y = 0, \pm \sqrt[p]{a}$ تابع نیست

ب) $|x| + |y| = p \rightarrow x=1 \rightarrow |y|=p \rightarrow y = \pm p$ تابع نیست

ج) $|y| = \sqrt{1 - \cos x} \rightarrow \cos x = \frac{1}{p} \rightarrow |y| = \sqrt{\frac{1}{p}} \rightarrow |y| = \frac{1}{\sqrt{p}} \rightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{p}}$ تابع نیست

د) $y^p + x^p + px + 1 = 0 \rightarrow y^p + (x+1)^p = 0$
 $y=0 \rightarrow x+1=0 \rightarrow x=-1 \Rightarrow$ یک نقطه است

۸

الف) $\sqrt[p]{y} + x^p = px - p \rightarrow \sqrt[p]{y_1} + x^p = px - p \rightarrow \sqrt[p]{y_1} = -x^p + px - p$
 $\sqrt[p]{y_2} + x^p = px - p \rightarrow \sqrt[p]{y_2} = -x^p + px - p$
 $\sqrt[p]{y_1} = \sqrt[p]{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$ تابع است.

۹

ب) $y^p + py = ax$
 $y_1^p + py_1 = ax$
 $y_2^p + py_2 = ax$
 $y_1^p - y_2^p + p(y_1 - y_2) = 0$
 $(y_1 - y_2)(y_1^{p-1} + y_1^{p-2}y_2 + \dots + y_2^{p-1}) + p(y_1 - y_2) = 0$
 $(y_1 - y_2)(y_1^{p-1} + y_1^{p-2}y_2 + \dots + y_2^{p-1} + p) = 0$
 $y_1 = y_2 \Rightarrow$ تابع است.

الف) $x \sin y = y \sin x \xrightarrow{x=0} 0 \times \sin y = y \times \sin(0) \rightarrow y \in \mathbb{R} \Rightarrow$ تابع نیست
 همه برای $y=0$ و $x=0$ است

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = p$ (یا نه!)
 $t = \sqrt{\frac{x}{y}} \Rightarrow t + \frac{1}{t} = p \rightarrow t^2 + 1 = pt \rightarrow t^2 - pt + 1 = 0 \rightarrow (t-1)^2 = 0 \rightarrow t=1$
 $\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \rightarrow \frac{x}{y} = 1 \rightarrow y = x$ تابع است.

۱۰

(۱۰-ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$

این عبارت تنها زمانی برقرار است که $1 = \sqrt{\frac{x}{y}}$ باشد پس

$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x = y$ و $(x, y \neq 0)$

