

فایده

۲. آخرین عددی در دسترس

$$f(n) = \begin{cases} (n+1)(n+2) & ; n \geq 1 \\ \alpha + 2n & ; n \leq 1 \end{cases} \quad \text{و } f(n) = f(n-1) + \alpha \quad \alpha = ?$$

$$f(n) = (n+1)(n+2) \Rightarrow f(n) = n\alpha + (n+1)(n+2) \Rightarrow \forall \alpha + 2$$

$$f(-1) = \alpha - 1 \quad \text{و } f(-1) = \alpha - 1 \quad \text{و } f(-1) = \alpha - 1 \quad \text{و } f(-1) = \alpha - 1$$

$$\alpha = -\frac{11}{10} \Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{11}{10}}$$

۱

$$f(n) = \sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} + 2$$

$$f(x-\sqrt{x}) + f(x+\sqrt{x}) = ?$$

$$m = x - \sqrt{x} \quad t = x + \sqrt{x} \quad \begin{cases} mt = (x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x}) = x - x = 0 \end{cases}$$

$$(f(m) + f(t))' = m + t + 2\sqrt{mt} \Rightarrow \sqrt{m} + \sqrt{t} = \sqrt{4}$$

$$f(m) + f(t) = x(\sqrt{m} + \sqrt{t}) + 4 = x\sqrt{4} + 4 = 2x + 4$$

۲

$$x f(n) - 2 f(-n) = \epsilon n^2 - n$$

$$f(n) = ?$$

$$\begin{cases} x f(n) - 2 f(-n) = \epsilon n^2 - n \\ 2 f(-n) - 4 f(n) = \epsilon n^2 + 2n \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x f(n) - 4 f(-n) &= \epsilon n^2 - 2n \\ 4 f(-n) - 4 f(n) &= \epsilon n^2 + 2n \end{aligned}$$

$$-2 f(n) = \epsilon n^2 + 2n \Rightarrow f(n) = -\frac{\epsilon n^2 + 2n}{2}$$

۳

$$f(0) = ?$$

$$\text{if } (n=0) \Rightarrow x f(0) = 2m-1 \Rightarrow f(0) = \frac{2m-1}{x}$$

$$\text{if } (n=-2) \Rightarrow 4 f(0) = 10 + 2m$$

$$3(2m+1) = 10 + 2m \Rightarrow 4m - 3 = 10 + 2m \Rightarrow 2m = 13 \Rightarrow m = \frac{13}{2} \Rightarrow f(0) = \frac{13}{2}$$

$$\frac{2m-1}{x} = \frac{13}{2}$$

۴

$$f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{2n^2 - 12n + 4}{n}$$

$$f(-1) = ?$$

$$f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right) = 2n - 12 + \frac{4}{n}$$

$$an + b + \frac{a}{n} + b \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow f(n) = 2n - 4$$

$$f(-1) = -2 - 4 \Rightarrow f(-1) = -6$$

۵

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \leadsto 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \\ g(x) = -\sqrt{(1-x)^3} \leadsto (1-x)^3 \geq 0 \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

تابع‌ها هم‌دام هستند
در هر دو طرف عمل می‌کنند
در نتیجه $f(x) = g(x)$ (تابع برابرند)

4

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x} \leadsto x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^3} \leadsto x^3 \geq 0 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

* هم‌دامند هم‌دام تابع‌ها نیستند عمل می‌کنند در نتیجه
 $g(x) = f(x)$ (تابع برابرند)

5

$$\begin{cases} f(x) = [\sqrt{x} - [\sqrt{x}]] \leadsto \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x-|x|} \leadsto x-|x| \geq 0 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

* تابع‌ها هم‌دام نیستند عمل می‌کنند زیرا در تابع $f(x)$ از بزرگ‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از $\sqrt{x}$ و متوجه می‌شویم که $f(x) = 0$ و در تابع $g(x)$ هم می‌شود $g(x) = 0$ پس تابع‌ها هم‌دام نیستند عمل می‌کنند در نتیجه
 $f(x) = g(x)$ (تابع برابرند)

1

الف) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(1) : \frac{2+1}{2-1} = \boxed{3}$

ب) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(2) : \frac{3+5}{3-3} = \frac{8}{0}$
توجه: $3-3=0$ پس تعریف نمی‌شود!

9

ج) $f(0)g(1) : 0 \times 1 = \boxed{0}$

الف) $g(x) = f(3x-1) \leadsto g(x) = \left\{ \left(1, \frac{1}{3}\right), (0, \frac{1}{3}), \left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(-\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right), \left(-\frac{1}{3}, 1\right) \right\}$

$3x-1 = \frac{1}{3} \rightarrow \boxed{x = \frac{4}{9}}$ / $3x-1 = -\frac{1}{3} \rightarrow \boxed{x = \frac{2}{9}}$ / $3x-1 = 0 \rightarrow \boxed{x = \frac{1}{3}}$ / $3x-1 = 1 \rightarrow \boxed{x = \frac{4}{3}}$ / $3x-1 = -1 \rightarrow \boxed{x = 0}$

10

ب) $h(x) = f(|x|) \leadsto h(x) = \left\{ (-3, 1), (-2, 1), (0, 5), (2, 1), (3, 1) \right\}$

$|x| = 2 \rightarrow \boxed{x = \pm 2}$ / $|x| = 0 \rightarrow \boxed{x = 0}$ / $|x| = 3 \rightarrow \boxed{x = \pm 3}$

* در این سؤال درایه‌های دوم تغییری نمی‌کنند و تغییرات را روی درایه‌های اول اعمال می‌کنیم