

فرض

$$f(n) = \begin{cases} (a+1)(n+2) & ; n > 1 \\ \text{یا } a+2n & ; n \leq 1 \end{cases} \quad \text{و } f(n) = f(n-2) + a \quad a=?$$

$$f(n) = (a+1)(n+2) \Rightarrow f(n) = a + (a+1)(n+2) \Rightarrow \text{یا } a+2n$$

$$f(n-2) = a - 2 \quad \text{فرض کنیم } f(n-2) = a - 2 \quad \text{و } (a+2n) = a - 2 + a \Rightarrow 2a + 2n = a - 2 \Rightarrow 10a = -18$$

$$a = \frac{-18}{10} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{9}{5}}$$

۱

$$f(n) = \sqrt{n} + \frac{1}{\sqrt{n}} + 2$$

$$f(x-\sqrt{x}) + f(x+\sqrt{x}) = ?$$

$$m = x - \sqrt{x} \quad t = x + \sqrt{x} \quad \begin{cases} mt = (x - \sqrt{x})(x + \sqrt{x}) = x - x = 0 \end{cases} \quad \boxed{1}$$

$$(f(m) + f(t))' = \frac{m+t}{\sqrt{mt}} + 2 \frac{mt}{\sqrt{mt}} \Rightarrow \sqrt{m} + \sqrt{t} = \sqrt{4} \quad \text{و } x - \sqrt{x} + x + \sqrt{x} = 0$$

$$f(m) + f(t) = x(\sqrt{m} + \sqrt{t}) + 4 = x\sqrt{4} + 4 = 2x + 4$$

۲

$$x f(n) - 2 f(-n) = \epsilon n^2 - n$$

$$f(n) = ?$$

$$\begin{cases} x f(n) - 2 f(-n) = \epsilon n^2 - n \\ 2 f(-n) - x f(n) = \epsilon n^2 + n \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} x f(n) - 4 f(-n) &= 1n^2 - 2n \\ 4 f(-n) - 9 f(n) &= 12n^2 + 2n \end{aligned}$$

$$-5 f(n) = 11n^2 + 2n \Rightarrow f(n) = \frac{-11n^2 - 2n}{5}$$

۳

$$f(0) = ?$$

$$\text{if } (n=0) \Rightarrow x f(0) = 2m-1 \Rightarrow f(0) = \frac{2m-1}{x}$$

$$\text{if } (n=-2) \Rightarrow 4 f(0) = 10 + 2m$$

$$4(2m-1) = 10 + 2m \Rightarrow 8m - 4 = 10 + 2m \Rightarrow 6m = 14 \Rightarrow m = \frac{7}{3} \Rightarrow f(0) = \frac{2 \cdot \frac{7}{3} - 1}{x}$$

$$\frac{2m-1}{x} = \frac{10}{x}$$

۴

$$f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{2n^2 - 12n + 4}{n}$$

$$f(-1) = ?$$

$$f(n) + f\left(\frac{1}{n}\right) = 2n - 12 + \frac{4}{n}$$

$$an + b + \frac{a}{n} + b \quad \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \end{cases} \Rightarrow f(n) = 2n - 4$$

$$f(-1) = -2 - 4 \Rightarrow \boxed{f(-1) = -6}$$

۵

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{1-x} \leadsto 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \\ g(x) = -\sqrt{(1-x)^3} \leadsto (1-x)^3 \geq 0 \rightarrow 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

تابع‌ها هم‌دام هستند
در هر دو طرف
در هر دو طرف

در نتیجه $f(x) = g(x)$ (تابع برابری)

4

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x} \leadsto x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^3} \leadsto x^3 \geq 0 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

* هم‌دام‌ها هم‌دام هستند
در هر دو طرف
در هر دو طرف

در نتیجه $f(x) = g(x)$ (تابع برابری)

5

$$\begin{cases} f(x) = [\sqrt{x} - \lfloor \sqrt{x} \rfloor] \leadsto \sqrt{x} \geq 0 \rightarrow x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x - |x|} \leadsto x - |x| \geq 0 \end{cases} \quad D_f = D_g$$

* تابع‌ها هم‌دام هستند
در هر دو طرف
در هر دو طرف

در نتیجه $f(x) = g(x)$ (تابع برابری)

1

الف) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(1) : \frac{2+1}{2-1} = 3$ ب) $\left(\frac{f+g}{f-g}\right)(2) : \frac{3+5}{3-3} = 0$

در هر دو طرف
در هر دو طرف

9

ج) $f(0)g(1) : 0 \times 1 = 0$

الف) $g(x) = f(3x-1) \leadsto g(x) = \left\{ (1, 1), (0, 4), \left(\frac{1}{3}, 5\right), \left(-\frac{1}{3}, 2\right), \left(-\frac{4}{3}, -1\right) \right\}$

$3x-1 = 2 \leadsto x = 1$ / $3x-1 = -1 \leadsto x = 0$ / $3x-1 = 0 \leadsto x = \frac{1}{3}$ / $3x-1 = -2 \leadsto x = -\frac{1}{3}$

$3x-1 = 3 \leadsto x = \frac{4}{3}$

10

ب) $h(x) = f(|x|) \leadsto h(x) = \left\{ (-3, -1), (-2, 1), (0, 5), (2, 1), (3, -1) \right\}$

$|x| = 2 \leadsto x = \pm 2$ / $|x| = 0 \leadsto x = 0$ / $|x| = 3 \leadsto x = \pm 3$

* در این سؤال درایه‌های دوم تغییر می‌کنند و تغییرات را روی درایه‌های اول اعمال می‌کنیم