

موضوع: انتگرال گیری با روش بقایا (Residue)

$$f(z) = \frac{1}{z(z+1)}$$

$$f(-1) = \lim_{z \rightarrow -1} (z+1)f(z)$$

$$f(z) = \frac{1}{z(z+1)}$$

①

$$1 \cdot a + 1 \cdot b$$

$$1 \cdot a + 1 \cdot b = 1 \cdot a - 1$$

$$1 \cdot a = -1 \rightarrow a = -1$$

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

②

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$f(\sqrt{x-1}) + f(\sqrt{x+1}) = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}} = \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$(f(x) - f(-x)) = \frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{-x}}$$

$$(f(-x) - f(x)) = \frac{1}{\sqrt{-x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{-x}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{-x}} - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$-f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt{-x}} \rightarrow f(x) = -\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt{-x}}$$

$$(x+1)f(x) - xf(x+1) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} (x+1)f(x) = \lim_{x \rightarrow -1} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \right) = \frac{1}{-1} - \frac{1}{0} + \frac{1}{0} - \frac{1}{-1}$$

$$x=0 \Rightarrow f(0) = \frac{1}{0} - \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - \frac{1}{0}$$

$$f(0) = \frac{1}{0} - \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - \frac{1}{0}$$

$$\frac{1}{0} - \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - \frac{1}{0} = \frac{1}{0} - \frac{1}{0} = \frac{1}{0}$$

$$f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \Rightarrow f(-1) = -1 - \frac{1}{0}$$

③

$$ax + b + \frac{a}{x} + b = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x}$$

$$ax^2 + bx + a = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} \Rightarrow a=1, b=-1$$

$$f(x) = (x-1)\sqrt{1-x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$$

④

$$f(x) = -\sqrt{(x-1)^2(1-x)}$$

$$\frac{1}{(x-1)^2} \sqrt{(1-x)}$$

⑤

$$f(x) = \sqrt{x} \quad D_f = x \geq 0$$

دامنه ها برابر
مناقصه ها برابر

$$f(x) = \sqrt{x} \quad D_f = x \geq 0$$

!!

مناقصه ها برابر

$$D_f = x \geq 0$$

$$f(x) = [\sqrt{x} - [\sqrt{x}]] = [\sqrt{x}] - [\sqrt{x}] = 0$$

مناقصه ها برابر این توانع

$$g(x) = \sqrt{x-1}$$

این توانع مساوی صفر

برای در نتیجه توانع برابرند

$$D_g = x \geq 1$$

$$g(x) = 0$$

این توانع صفر

$$\frac{f(1)+g(1)}{f(1)-g(1)} = \frac{1+0}{1-0} = 1$$

$$\frac{f(4)+g(4)}{f(4)-g(4)} = \frac{2+2}{2-2} = \frac{4}{0}$$

$$2) f(0) \times g(-1) = 0 \times 1 = 0$$

$$g(x) = f(2x-1)$$

$$2x-1=1 \rightarrow x=1$$

$$2x-1=-1 \rightarrow x=0$$

$$2x-1=5 \rightarrow x=3$$

$$2x-1=15 \rightarrow x=8$$

$$2x-1=15 \rightarrow x=8$$

$$h(x) = f(1/x) \rightarrow$$

L

$$h(x) = f(1/x) = \left\{ (1,1) (0,5) (1/2,2) \right\}$$

$$h(-3) = f(1/3) = -1$$

$$h(2) = f(1/2) = 1$$

۱-ب) مثل زمانی که $f(1/x)$ را رسم می‌کنیم باید x های مثبت را حذف کنیم و x های باقی مانده را تیره کنیم

پس ۲- و ۱- x از دامنه حذف می‌شوند و باقی x ها تیره می‌شوند

$$h(x) = \left\{ (\pm 2, 1) (0, 5) (\pm 3, -1) \right\} = \left\{ (-3, -1) (1, 1) (2, 5) (3, -1) (-2, 1) \right\}$$

در واقع f آن x های مثبت را حذف می‌کند و آن‌ها را به غیر از مثبت می‌بیند