الیسا جلالی - تکلیف شماره ۲. ۲۰

۱- $\frac{1}{x-1}=|x-1|$

$x\geq 1 \to x^2-2x+1=1 \quad x^2-2x=0 \quad x=0$ ✗ $\quad x=2$ ✓

$x<1 \to -x^2+2x-1=1 \quad x^2-2x+2=0 \quad \Delta<0 \to$ فاقد ریشه

نمیدر ریشه دارد.

۵

۲- الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right|<2 \to \frac{|2x-1|}{|x|}<2 \quad |2x-1|<|2x| \quad \xrightarrow[A^2-B^2<0]{A^2<B^2} \quad (A-B)(A+B)$

$(\cancel{2x}-1-\cancel{2x})(2x-1+2x)<0 \quad 4x-1>0 \quad \boxed{x>\frac{1}{4}}$

۵

ب) $\frac{|x-2|}{|2x+1|}>1 \to |x-2|>|2x+1| \to (x-2-2x-1)(x-2+2x+1)>0$

$(-x-3)(3x-1)>0 \quad$ -3, $\frac{1}{3}$: $- \mid + \mid -$ $\quad (-3,-\frac{1}{2})\cup(-\frac{1}{2},\frac{1}{3})$

۳- $x+6>x^2 \quad x^2-x-6<0 \quad (x-3)(x+2)<0 \quad$ -2, 3: $+ \mid - \mid +$ $\quad -2<x<3$

$x+6<-x^2 \quad \underbrace{x^2+x+6}_{\text{همواره مثبت}}<0 \to$ به ازای هیچ مقداری برقرار نیست

۵

$\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

$-2-\frac{1}{2}<x-\frac{1}{2}<3-\frac{1}{2} \quad -\frac{5}{2}<x-\frac{1}{2}<\frac{5}{2} \to |x-\frac{1}{2}|<\frac{5}{2}$

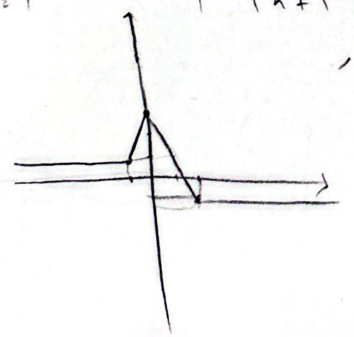
$\boxed{\alpha=\frac{1}{2}}$

$\beta=\frac{5}{2}$

۴- -1 $\quad 0 \quad$ 2

$-x-1+2x-\cancel{x}+2$ $=1$	$\cancel{x}+1+2x-\cancel{x}+2$ $2x+3$	$x+1-2x-x+2$ $-2x+3$	$\cancel{x}+1-\cancel{2x}+x-2=-1$

بیشترین مقدار $=3$
کمترین مقدار $=-1$
$3-1=2$



۵

۵

$f(x) = |\frac{1}{2}x| - ۲$ $\qquad g(x) = |\frac{1}{2}(x+۴)| - ۲ + ۱ = |\frac{1}{2}x + ۲| - ۱$

$|\frac{1}{2}x| - ۲ = |\frac{1}{2}x + ۲| - ۱ \qquad |\frac{1}{2}x| = |\frac{1}{2}x + ۲| + ۱$

$\xrightarrow{(\ )^۲} \cancel{\frac{1}{4}x^۲} = \cancel{\frac{1}{4}x^۲} + ۴ + ۲x + ۱ + ۲|\frac{1}{2}x + ۲|$

$۲x + ۵ + |x + ۴| = 0$

$x \geq -۴ \rightarrow ۲x + ۵ + x + ۴ = 0 \qquad x = -۳$ ✓

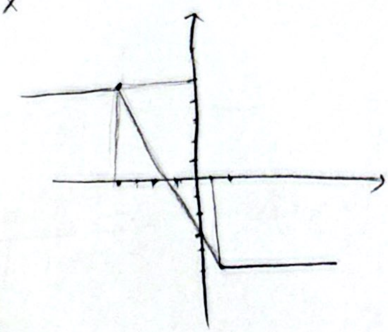
$x < -۴ \rightarrow x + ۱ = 0 \qquad x = -۱$ ✗

تعداد ۱، طول -۳

۶-

الف)

	-۲		۱	
$۱ - \cancel{x} + \cancel{x} + ۴ = ۵$		$۱ - x - x - ۴ = -۲x - ۳$		$x - ۱ - \cancel{x} - ۴ = -۵$

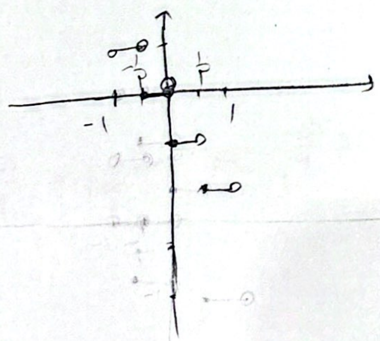


$R_f = \{-۵, -۴, -۳, \dots, ۵\}$

ب) $f(x) = \frac{1}{x} - [۱ + \frac{1}{x}] = \underbrace{\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]}_{[0,1)} - ۱ \longrightarrow R_f = [-۱, 0)$

۷-

الف)



$-۱ < x < -\frac{1}{2} \qquad y = ۱$

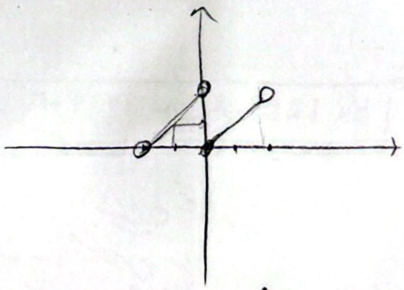
$-\frac{1}{2} \leq x < 0 \qquad y = 0$

$0 \leq x < \frac{1}{2} \qquad y = -۱$

$\frac{1}{2} \leq x < ۱ \qquad y = -۲$

ب) $x + ۲ \qquad -۲ < x < 0$

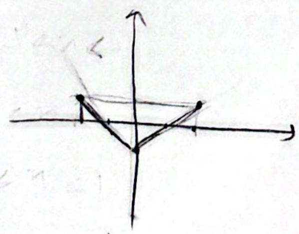
$x \qquad 0 \leq x < ۲$



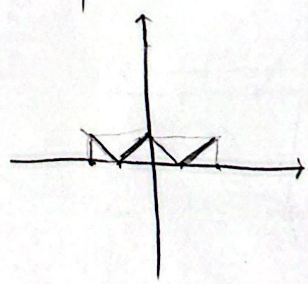
۸-

الف) $[-||x| - ۱|]$

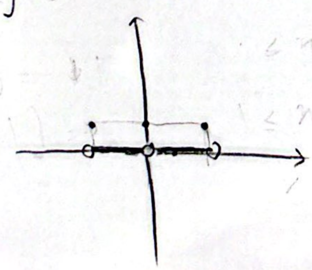
$x \in [-۲, ۲]$



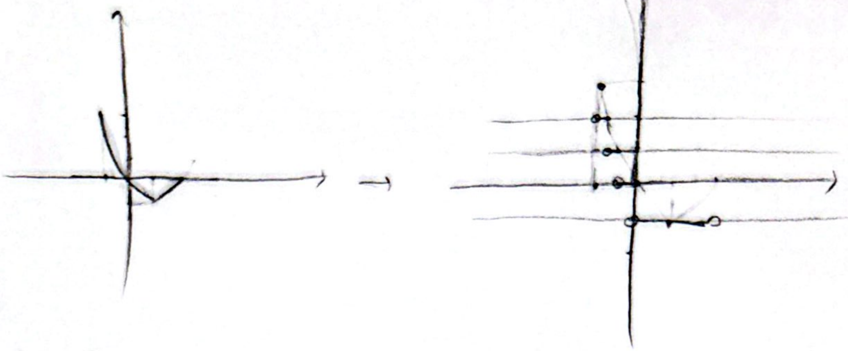
$\xrightarrow{|\ |}$



$\xrightarrow{[\ ]}$



۸) $[x^۲ - ۲x]$



$a + [b] = ۴,۲$ $\quad$ $[a] + [b] = ۴$

$b - [a] = ۲,۶$ $\quad$ $[b] - [a] = ۲$ $\quad$ $[b] = ۳ \rightarrow a = ۱,۲$ $\quad$ ۹-

$b = ۳,۶$

۲

$a + b = ۴,۸$

$(۱+\sqrt{۲})^۶ + \underbrace{(۱-\sqrt{۲})^۶}_{(\sqrt{۲}-۱)^۶} = ۱۹۸$ $\quad$ ۱۰-

$\longrightarrow \quad ۰ < \sqrt{۲}-۱ < ۱ \xrightarrow{()^۶} ۰ < (\sqrt{۲}-۱)^۶ < ۱$ $\quad$ ۲

$(۱+\sqrt{۲})^۶ = ۱۹۸ - (۱-\sqrt{۲})^۶ \rightarrow ۱۹۷ < (۱+\sqrt{۲})^۶ < ۱۹۸ \rightarrow [(۱+\sqrt{۲})^۶] = ۱۹۷$