الهام جلالی - تکلیف شماره ۲.

۱-

$$\frac{1}{x-1}=|x-1| \quad \begin{cases} x\geq 1 \rightarrow x^2-2x+1=1 \quad x^2-2x=0 \quad x=0 \ ✗ \quad x=2 \ ✓ \\ x<1 \rightarrow -x^2+2x-1=1 \quad x^2-2x+2=0 \quad \Delta<0 \rightarrow \end{cases}$$

فاقد ریشه

یک ریشه دارد.

۲-

الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right|<2 \rightarrow \frac{|2x-1|}{|x|}<2 \quad |2x-1|<|2x| \xrightarrow[A^2-B^2<0]{A^2<B^2} (A-B)(A+B)$

$(\cancel{2x}-1-\cancel{2x})(2x-1+2x)<0 \qquad 4x-1>0 \qquad \boxed{x>\frac{1}{4}}$

ب) $\frac{|x-2|}{|2x+1|}>1 \rightarrow |x-2|>|2x+1| \rightarrow (x-2-2x-1)(x-2+2x+1)>0$

$(-x-3)(3x-1)>0$

-3		$\frac{1}{3}$	
$-$	$+$		$-$

$(-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

۳-

$x+6>x^2 \qquad x^2-x-6<0 \qquad (x-3)(x+2)<0$

	-2		3	
$+$		$-$		$+$

$-2<x<3$

$x+6<-x^2 \qquad \underbrace{x^2+x+6}_{\text{همواره مثبت}}<0 \rightarrow$ به ازای هیچ مقداری برقرار نیست

$\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2} \qquad -2-\frac{1}{2}<x-\frac{1}{2}<3-\frac{1}{2} \qquad -\frac{5}{2}<x-\frac{1}{2}<\frac{5}{2} \rightarrow \left|x-\frac{1}{2}\right|<\frac{5}{2}$

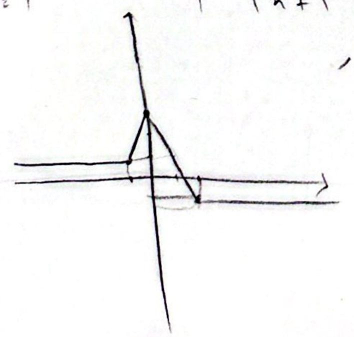
$\boxed{\alpha=\frac{1}{2}}$

$\beta=\frac{5}{2}$

۴-

-1		0		2	
$-x-1+2x-\cancel{x}-2=3$ $=1$		$\cancel{x}+1+2x-\cancel{x}+2$ $2x+3$		$\cancel{x}+1-2x-\cancel{x}-2=0$ $-2x+3$	$\cancel{x}+1-\cancel{2x}+x-2=-1$

بیشترین مقدار $=3$
کمترین مقدار $=-1$
$\Big\}\ 3-1=2$



۵

$f(x) = |\frac{1}{2}x| - 3$ $\qquad g(x) = |\frac{1}{2}(x+4)| - 3 + 1 = |\frac{1}{2}x + 2| - 1$

$|\frac{1}{2}x| - 3 = |\frac{1}{2}x + 2| - 1 \qquad |\frac{1}{2}x| = |\frac{1}{2}x + 2| + 1$

$\xrightarrow{(\ )^2} \cancel{\frac{1}{4}x^2} = \cancel{\frac{1}{4}x^2} + 4 + 2x + 1 + 2|\frac{1}{2}x + 2|$

$2x + 5 + |x+4| = 0$

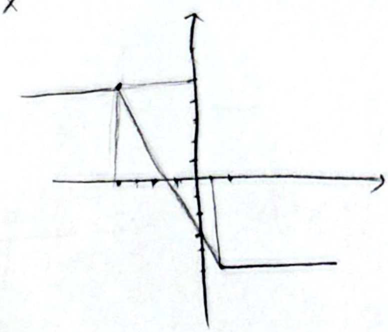
$x \ge -4 \rightarrow 2x + 5 + x + 4 = 0 \qquad x = -3$ ✓ $\qquad$ تعداد ۱ طول -۳

$x < -4 \rightarrow x + 1 = 0 \qquad x = -1$ ✗

۶-

الف)

-4		1	
$1 - \cancel{x} + \cancel{x} + 4 = 5$	$1 - x - x - 4 = -2x - 3$	$x - 1 - \cancel{x} - 4 = -5$	

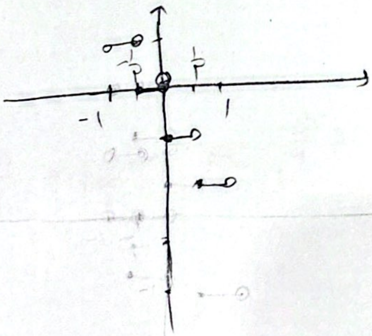


$R_f = \{-5, -4, -3, \ldots, 5\}$

ب) $f(x) = \frac{1}{x} - [1 + \frac{1}{x}] = \underbrace{\frac{1}{x} - [\frac{1}{x}]}_{[0,1)} - 1 \longrightarrow R_f = [-1, 0)$

۷-

الف)



$-1 < x < -\frac{1}{2} \qquad y = 1$

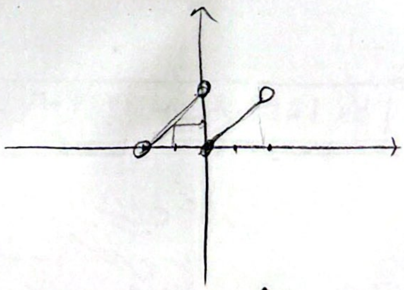
$-\frac{1}{2} \le x < 0 \qquad y = 0$

$0 \le x < \frac{1}{2} \qquad y = -1$

$\frac{1}{2} \le x < 1 \qquad y = -2$

ب) $x + 2 \qquad -2 < x < 0$

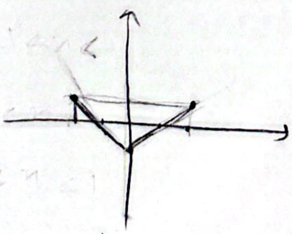
$x \qquad 0 \le x < 2$



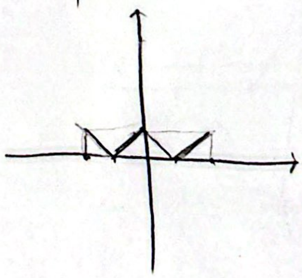
۸-

الف) $[-||x| - 1|]$

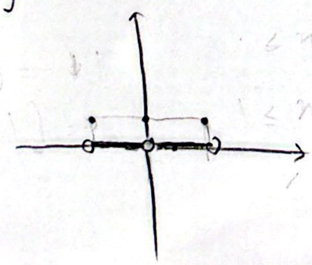
$x \in [-2, 2]$



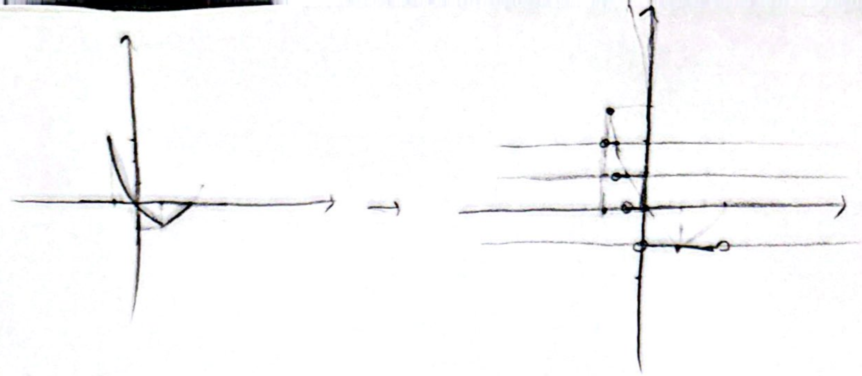
$\xrightarrow{|\ |}$



$\xrightarrow{[\ ]}$



-) $[x^۲ - ۲x]$



$a + [b] = ۴,۳$ $\quad [a] + [b] = ۴$

$b - [a] = ۲,۴$ $\quad [b] - [a] = ۲$ $\Big] \quad [b] = ۳ \rightarrow a = ۱,۳$ -۹

$b = ۳,۴$

$a + b = ۴,۷$

-۱۰

$(۱+\sqrt{۲})^۶ + \underbrace{(۱-\sqrt{۲})^۶}_{(\sqrt{۲}-۱)^۶} = ۱۹۸$

$(\sqrt{۲}-۱)^۶ \longrightarrow \quad ۰ < \sqrt{۲}-۱ < ۱ \xrightarrow{(\,)^۶} ۰ < (\sqrt{۲}-۱)^۶ < ۱$

$(۱+\sqrt{۲})^۶ = ۱۹۸ - (۱-\sqrt{۲})^۶ \rightarrow ۱۹۷ < (۱+\sqrt{۲})^۶ < ۱۹۸ \rightarrow [(۱+\sqrt{۲})^۶] = ۱۹۷$