باران میر شاه ولایتی - شماره تکلیف ۲۵ - یازدهم دختر

۱۸٫۵

۱-

$\frac{1}{x-1} = |x-1| \Rightarrow \begin{cases} (x-1)^2 = -1 \quad \text{غ ق ق} \\ (x-1)^2 = 1 \to x^2 - 2x = 0 \\ \quad x(x-2) = 0 \end{cases} \to x = 2, 0 \Rightarrow x = 0 \to -1 \neq 1$ غ ق ق

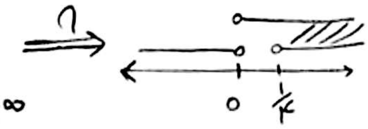
پس معادله فقط ریشه ۲ را دارد

۲-

الف) $-2 < \frac{2x-1}{x} < 2 \to \begin{cases} \frac{2x-1-2x}{x} < 0 \to -\frac{1}{x} < 0 \to x > 0 \\ \frac{2x-1+2x}{x} > 0 \to \frac{4x-1}{x} > 0 \to \end{cases}$

$-\infty$	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
+	−	+	

$\xrightarrow{\cap}$



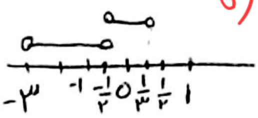
$(\frac{1}{4}, +\infty)$

ب) $\begin{cases} \frac{x-2}{2x+1} > 1 \Rightarrow \frac{x-2-2x-1}{2x+1} > 0 \to \frac{-x-3}{2x+1} > 0 \to \\ \frac{x-2}{2x+1} < -1 \Rightarrow \frac{x-2+2x+1}{2x+1} < 0 \to \frac{3x-1}{2x+1} < 0 \to \end{cases}$

$-\infty$	-3	$-\frac{1}{2}$	$+\infty$
−	+	−	

$-\infty$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
+	−	+	

$\xrightarrow{\cup}$



$(-3, \frac{1}{3}) - \{-\frac{1}{2}\}$

۳-

امتحان عدد در $x^2 < 1x+4$ $\to x = 2 ✓, 2.9 ✓, -2 ✗, -1.9 ✓, 3 ✗, -3 ✗ \Rightarrow x \in (-2, 3)$ — باید از هر دو طرف فاصلهٔ یکسانی داشته باشد

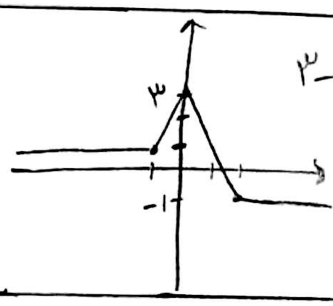
پس $= \frac{3+2}{2} = \frac{5}{2}$ $\Rightarrow$

$|x - \alpha| < \frac{5}{2} \Rightarrow -\frac{5}{2} + \alpha < x < \frac{5}{2} + \alpha \to \begin{cases} \alpha = -\frac{5}{2} + 3 = \frac{1}{2} \\ \alpha = \frac{5}{2} - 2 = \frac{1}{2} \end{cases} \to \alpha = \frac{1}{2}$

($\frac{5}{2} = \beta$، $-\frac{5}{2}+\alpha = -2$، $\frac{5}{2}+\alpha = 3$)

۴-

$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$
+1	$2x+3$	$-2x+3$	$x+1-2x+x-2 = -1$	
	1	3	-1	



$3 - 1 = 2$

۵-

$y = |\frac{1}{2}x| - 2 \longrightarrow y = |\frac{1}{2}x + 4| - 1 \Rightarrow$

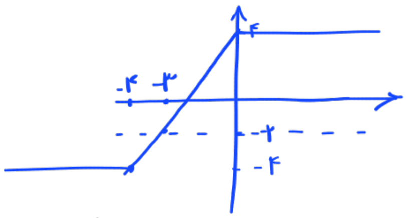
$|\frac{1}{2}x| - 2 = |\frac{1}{2}x + 4| - 1 \to |\frac{1}{2}x| - 1 = |\frac{1}{2}x + 4| \Rightarrow$

$\begin{cases} -\frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{2}x + 4 \to x = -5 \\ \frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{2}x + 4 \to 4 \neq -1 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$

۰٫۵

$y' = |\frac{1}{2}x + 2| - 1 = y$

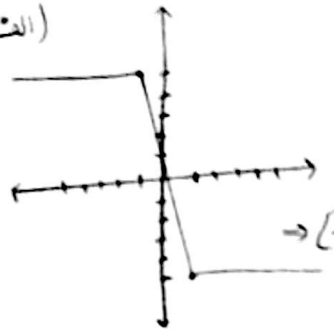
$|x + 4| - |x| = -2$



$x = -3$

۶-

الف)



$\Rightarrow [-\omega, \omega]$

$R_f = \{-\omega, -۴, -۳, -۲, -۱, ۰, ۱, ۲, ۳, ۴, \omega\}$

۵

ب) $\frac{۱}{x} - [۱ + \frac{۱}{x}] = \frac{۱}{x} - [\frac{۱}{x}] - ۱ \rightarrow R_f = [-۱, ۰)$

$\frac{۱}{x} \in [۰, ۱)$

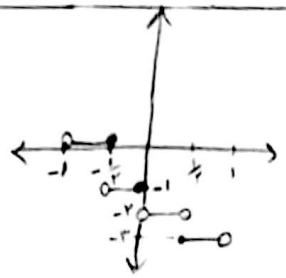
۷-

الف)

$-۱ < x < ۰$

$۰ < x < ۱$

$x > ۱$



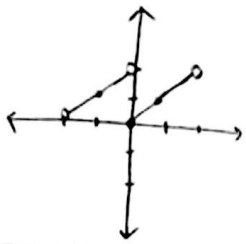
ب)

$-۲x < -۱ \xrightarrow{\times \frac{۱}{۲}} -۱ < \frac{x}{۲} < -\frac{۱}{۲}$

$-۱ < x < ۰ \rightarrow -\frac{۱}{۲} \leq \frac{x}{۲} < ۰ \rightarrow x + ۲$

$۰ < x < ۱ \rightarrow ۰ \leq \frac{x}{۲} < \frac{۱}{۲} \rightarrow x$

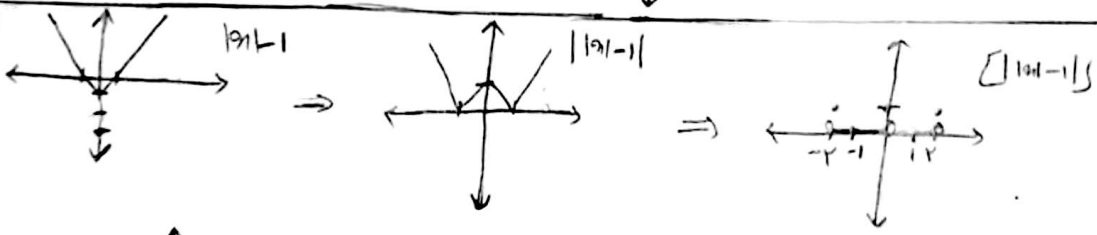
$۱ < x < ۲ \rightarrow \frac{۱}{۲} \leq \frac{x}{۲} < ۱ \rightarrow x$



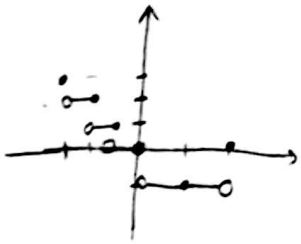
۵

۸-

الف)



ب)



۵

۹-

$b - [a] = ۲,۴ \rightarrow ۰,۴ = b$ قسمت اعشاری $\Rightarrow [b] - [a] = ۲$

$a + [b] = ۴,۲ \rightarrow ۰,۲ = a$ قسمت اعشاری $\Rightarrow [a] + [b] = ۴$

۵

$۲[b] = ۶ \rightarrow [b] = ۳, [a] = ۱ \Rightarrow \begin{cases} a = ۱,۲ \\ b = ۳,۴ \end{cases} \xrightarrow{+} ۴,۶$

۱۰-

$(۱+\sqrt{۲})^۴ = ۱۹۸ - (۱-\sqrt{۲})^۴ = ۱۹۸ - [(۱-\sqrt{۲})^۲]^۲ = ۱۹۸ - [۱+۲-۲\sqrt{۲}]^۲ = ۱۹۸ - [۳-۲\sqrt{۲}]^۲ =$

$۱۹۸ - [۹+۸-۱۲\sqrt{۲}] = ۱۹۸ - [۱۷ - ۱۲\sqrt{۲}] = ۱۹۸ - [۹۹ - ۷۰\sqrt{۲}] = ۱۹۸ - ۹۹ + ۷۰\sqrt{۲} = ۱۹۷,۹۹ \Rightarrow$

$[۱۹۷,۹۹] = ۱۹۷$

۵