حسن بابری — تکلیف شماره ۵ — یازدهم ریاضی

(۱)

$\frac{1}{x-1} = |x-1| \xrightarrow{\text{if } x \geq 1} \frac{1}{x-1} = x-1 \to x^2-2x+1=1$

$x^2-2x=0 \to x=0$ غ ق ق

$\to \boxed{x=2 \checkmark}$

$\text{if } x<1, \quad \frac{1}{x-1} = -x+1 \to -x^2+2x-2=0 \to \Delta<0 \to$ ریشه حقیقی ندارد

فقط یک ریشه دارد $\to x=2$

(۲)

الف) $\left|\frac{2x-1}{x}\right| < 2 \to |2x-1| < 2|x| \to (2x-1)^2 < 4x^2$

$\to 4x^2-4x+1 < 4x^2 \to x > \frac{1}{4}$, $x \neq 0$ → مجموعه جواب $\left(\frac{1}{4}, +\infty\right)$

ب) $\left|\frac{x-2}{2x+1}\right| > 1 \to |x-2| > |2x+1| \to (x-2)^2 > (2x+1)^2$

$\to x^2-4x+4 > 4x^2+4x+1 \to 3x^2+8x-3<0 \to x=-3$

$\to x=\frac{1}{3}$

$2x+1 \neq 0 \to x \neq \frac{-1}{2}$

-3		$\frac{1}{3}$	
$+$	0	$-$	0	$+$

مجموعه جواب $\to \left(-3, \frac{-1}{2}\right) \cup \left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{3}\right)$

(۳)

$|x+6| > x^2 \to x^2 < x+6 \to x^2-x-6<0 \to x=3, \; x=-2$

	-2		3	
$+$	0	$-$	0	$+$

$(-2, 3)$

$\to x+6 < -x^2 \to \underbrace{x^2+x+6}_{+\text{همواره}} < 0 \to \Delta<0 \to$ ریشه حقیقی ندارد → غ ق ق

$-2<x<3 \qquad \frac{-5}{2} < x-\frac{1}{2} < \frac{5}{2} \to \left|x-\frac{1}{2}\right| < \frac{5}{2} \Rightarrow \boxed{\alpha = \frac{1}{2}}$

$x < -1 \rightarrow y = -(x+1) + 2x - (x-2) = 1 \rightarrow x=-1 \rightarrow y = -2+3 = 1$ (4)

$-1 < x < 0 \rightarrow y = (x+1) + 2x - (x-2) = 2x+3 \rightarrow x=0 \rightarrow y = 1+2 = 3$

$0 < x < 2 \rightarrow y = (x+1) - 2x - (x-2) = -2x+3 \rightarrow x=2 \rightarrow y = 3-4 = -1$

$x > 2 \rightarrow y = (x+1) - 2x + (x-2) = -1$

$\min + \max = -1 + 3 = 2$

(5)

$y = \left|\frac{x}{2}\right| - 2 \rightarrow y = \left|\frac{x+4}{2}\right| - 1 \rightarrow \left|\frac{x}{2}\right| - 2 = \left|\frac{x+4}{2}\right| - 1$

$\rightarrow \left|\frac{x}{2}\right| = \left|\frac{x+4}{2}\right| + 1 \rightarrow |x| = |x+4| + 1$

$\xrightarrow{x \geq 0} x = x+4+2 \rightarrow 0 = 6$ غ ق ق

$\xrightarrow{x < -4} -x = -(x+4)+2 \rightarrow 0 = -2$ غ ق ق

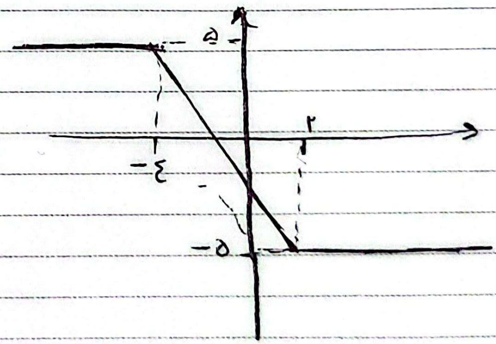
$\xrightarrow{-4 \leq x < 0} -x = x+4+2 \rightarrow \boxed{x = -3}$

(6)

الف) $[\,|1-x| - |x+4|\,]$

$1-x+x+4$ 5	$1-x-x-4$ $-2x-3$	$x-1-x-4$ -5
	-4	1

x	1	-4	-5	2
y	-5	5	5	-5



$R = \{-5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

ب) $f(x) = \frac{1}{x} - \left[\frac{x+1}{x}\right]$

$\frac{1}{x} - \left[1 + \frac{1}{x}\right] \to \underbrace{\frac{1}{x} - \left[\frac{1}{x}\right]}_{[0,1)} - 1 \to R = [-1, 0)$

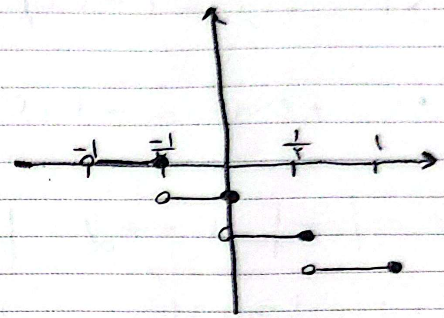
۷) الف) $[-2x] - 1 \qquad x \in (-1, 1)$

$-1 < x \le -\frac{1}{2} \to y = 1 - 1 = 0$

$-\frac{1}{2} < x \le 0 \to y = 0 - 1 = -1$

$0 < x \le \frac{1}{2} \to y = -1 - 1 = -2$

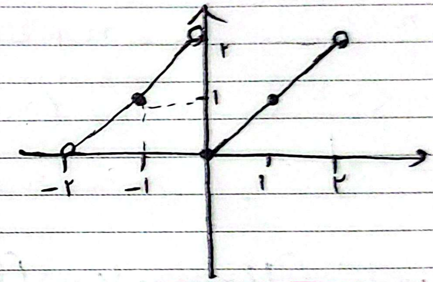
$\frac{1}{2} < x < 1 \to y = -2 - 1 = -3$



ب) $y = x - 2\left[\frac{x}{2}\right] \qquad x \in (-2, 2)$

$-2 < x < 0 \to y = x - 2(-1) = x + 2$

$0 \le x < 2 \to y = x - 2(0) = x$



۸) الف) $[|x| - 1] \qquad x \in [-2, 2]$

$x = -2 \to y = 1$

$-2 < x \le -1 \to y = 0$

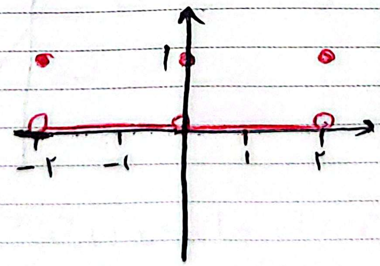
$-1 < x \le 0 \to y = 0$

$x = 0 \to y = 1$

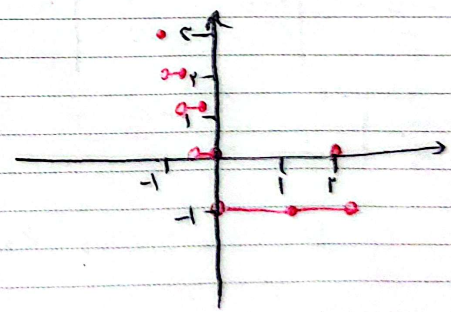
$0 < x \le 1 \to y = 0$

$1 \le x < 2 \to y = 0$

$x = 2 \to y = 1$



ب) $y = [x^2 - 2x] \qquad x \in [-1, 2]$



۹

$a + (b - ۰/۴) = ۴/۲$

$b - (a - ۰/۲) = ۲/۴$

$a + b = ۱/۲ + ۳/۴ = \boxed{۴/۶}$

$a + [b] = ۴/۲$

$b - [a] = ۲/۴$

$\rightarrow ۲b = ۴/۶ + ۰/۲ = ۴/۸$

$a = ۳/۴$

$b = ۱/۲$

۱۰

$(۱+\sqrt{۲})^۴ + (۱-\sqrt{۲})^۴ = ۱۹۸$

$(۱+\sqrt{۲})^۴ = ۱۹۸ - (۱-\sqrt{۲}) \rightarrow -۱ < ۱-\sqrt{۲} < ۰ \rightarrow ۰ < (۱-\sqrt{۲})^۴ < ۱$

$[(۱+\sqrt{۲})^۴] = [۱۹۸ - ۰/...] = ۱۹۷$