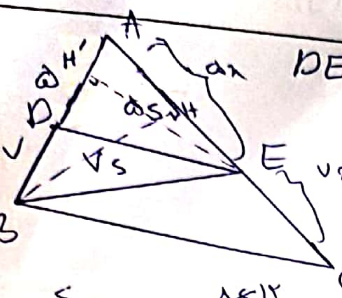
نام و نام خانوادگی ...... دنیا سادات ... . پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۲... کلاس ...۲۰۲... یازدهم ... دفتر C



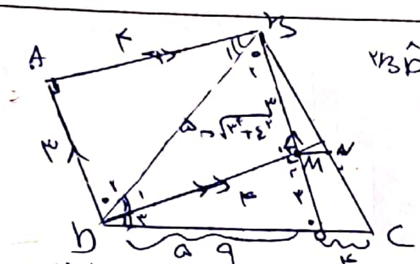
$DE \parallel BC \to \frac{AD}{BD} = \frac{AE}{EC} = \frac{5}{7}$ ، $\frac{S_{B\hat DE}}{S_{A\hat DE}} = \frac{\cancel{\frac12} BD \times EH'}{\cancel{\frac12} \times AD \times EH'} = \frac{7}{5}$

$\to S_{BDE} = 7S$

$S_{ADE} = 5S \to S_{ABE} = 12S$

$\frac{S_{ABE}}{S_{ECB}} = \frac{\cancel{\frac12} AE \times BH}{\cancel{\frac12} EC \times BH} = \frac{5}{7} \to \frac{12S}{S_{ECB}} = \frac{5}{7} \to S_{ECB} = \frac{84}{5}S$ ۱

$\frac{S_{BCE}}{S_{BDE}} = \frac{\frac{84}{5}S}{7S} = \frac{12}{5}S$



$B\hat DM = B\hat DC \to B\hat DM = M\hat DC$ (1)

$AB \parallel DM$ ، BD مورب $\to \hat B_1 = \hat D_1$

$AD \parallel BM$ ، DB مورب $\to \hat D_2 = \hat B_2$

BD مشترک } زض ز $\to A\hat BD \cong B\hat MD \to BM = 3 = AD$

$AB = DM = 4$

(1) $\hat D_1 = \hat D_3$ ، $\hat M_1 = \hat M_2 = 90°$ ، DM مشترک } زض ز $\to B\hat DM \cong DM\hat O \to MO = 3 = BM$

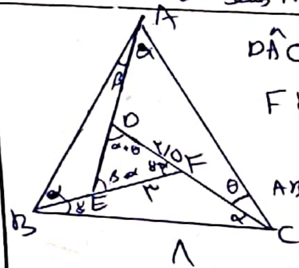
$DO = BD = 5 \to OC = 9 - 5 = 4$ ۲

از M به موازات DC به BC (نقطه N) رسم می‌کنیم

$MN \parallel OC \to \frac{BM}{MO} = \frac{BN}{NC} = \frac{3}{3} = 1$

N وسط BC است

$\frac{BM}{BO} = \frac{MN}{OC} \to \frac{3}{6} = \frac{MN}{4} \to MN = 2$



$D\hat AC = D\hat CF = A\hat BE = \alpha$ ، $B\hat AE = \beta$ → زاویه E زاویه خارجی $A\hat BE$ → $\hat E = \beta + \alpha$

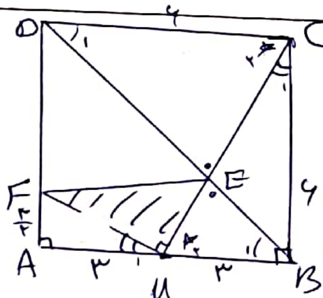
$F\hat BC = \gamma$ → زاویه F زاویه خارجی $B\hat CF$ → $\hat F = \gamma + \alpha$

$A\hat CD = \theta$ → زاویه D زاویه خارجی $A\hat DC$ → $\hat D = \theta + \alpha$

در مثلث ABC → $\hat A = \alpha + \beta$ ، $\hat B = \gamma + \alpha$ ، $\hat C = \alpha + \theta$

مثلث EFC → $\hat D = \alpha + \theta$ ، $\hat F = \gamma + \alpha$ ، $\hat E = \beta + \alpha$ ۳

هم‌شکل‌اند → $\frac{DE}{AC} = \frac{EF}{AB} = \frac{DF}{BC} \to \frac{2/5}{8} = \frac{3}{AB}$ → $AB = 9/6$



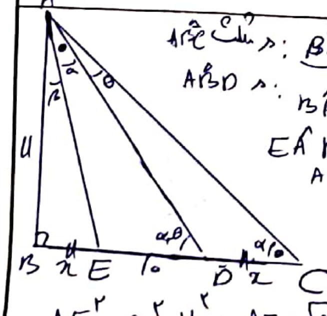
$\hat C_1 = \hat M_1$ ، $\hat A = \hat B = 90°$ } زز $\to CBM \sim AFM \to \frac{AM}{BC} = \frac{AF}{MB}$ → $\frac{3}{6} = \frac{AF}{3} \to AF = \frac{3}{2}$

$MF^2 = AF^2 + AM^2 = \frac{9}{4} + 9 = \frac{45}{4} \to MF = \frac{3\sqrt5}{2}$

$DC \parallel MB$ ، CM مورب $\to \hat C_2 = \hat M_2$ ؛ $\parallel$ ، DB مورب $\hat D_1 = \hat B_1$ } زز $\to C\hat EC \sim M\hat BE \to \frac{MB}{DC} = \frac{ME}{CE}$ ۴

خواص تناسب: $\frac{MB}{DC+MB} = \frac{ME}{MC} \to \frac{3}{9} = \frac{ME}{3\sqrt5} \to \sqrt5$

$BC^2 + MB^2 = MC^2 \to 36 + 9 = 45 \to MC = 3\sqrt5$ ، مساحت $= \frac12 \times FM \times ME = \frac12 \times \frac{3\sqrt5}{2} \times \sqrt5 = \frac{15}{4} = 3/75$



در مثلث ABC: $B\hat AE + E\hat AD + D\hat AC + A\hat CD = 90° \to 2\alpha + \beta + \theta = 90°$

در $A\hat BD$: $B\hat AE + E\hat AD + A\hat DE = 90° \to \alpha + \beta + A\hat DE = 90° \to A\hat DE = \alpha + \theta$

$E\hat AD = A\hat CD = \alpha$ ، $A\hat DE = E\hat AC = \alpha + \theta$ } زز $\to AED \sim AEC \to \frac{ED}{AE} = \frac{AE}{EC} = \frac{AD}{AC}$

$\to \frac{10}{\sqrt{x^2+121}} = \frac{\sqrt{x^2+121}}{10+x} \to x^2 + 121 = 100 + 10x \to x^2 - 10x + 21 = 0$ ۵

$(x-7)(x-3) = 0$

$BE = 7$ یا $BE = 3$

$AE^2 = x^2 + 11^2 \to AE = \sqrt{x^2+121}$

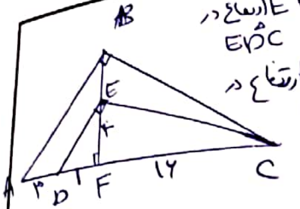
$AD^2 = (10+x)^2 + 121 \to AD = \sqrt{(10+x)^2 + 121}$

$AC^2 = (2x+10)^2 + 121 \to AC = \sqrt{121 + (2x+10)^2}$

۶

ارتفاع EF در $E\hat{D}C$ → $EF^2=DF\times FC \to 16=1\times FC \to FC=16 \to AC=3+1+16=20$

ارتفاع BF در $B\hat{A}C$ → $FC\times AC=BC^2 \to 16\times 20=BC^2 \to BC=8\sqrt{5}$

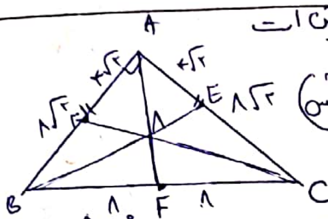


۷

از آنجا که میانه نصف قاعده است بنابراین $B\hat{A}C$ یک مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است ($\hat{A}=90^\circ$)

در این نوع مثلث میانه، ارتفاع نیز هست پس AF هم ارتفاع است هم میانه

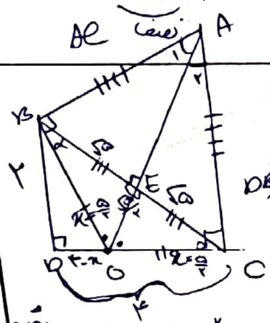
$AB^2=AC^2=\underbrace{BF}_{FC}\times BC=8\times 16 \to AB=AC=8\sqrt{2}$



AFC در $\hat{A}=90^\circ$ → $\underbrace{AF^2}_{\text{نصف } AB}+AC^2=FC^2 \to (4\sqrt{2})^2+(8\sqrt{2})^2=FC^2 \to FC=4\sqrt{10}$ میانه وارد بر ضلع AB، میانه وارد بر ضلع AC

$A\hat{E}B \to \underbrace{AE^2}_{\text{نصف } AC}+AB^2=BE^2 \to (4\sqrt{2})^2+(8\sqrt{2})^2=EB^2 \to EB=4\sqrt{10}$

۸



$OC=BO \to O\hat{B}E=O\hat{E}C$، OE مشترک، $\hat{E}_1=\hat{E}_2=90^\circ$ } $B\hat{O}E\cong EOC \to EB=EC$

$D\hat{B}C$ در $BD^2+DC^2=BC^2 \to 4+16=20=BC^2 \to BC=2\sqrt{5} \to EB=EC=\sqrt{5}$

O روی AO (عمود منصف BC) است زیرا از دو سر آن به یک فاصله است ← A روی عمود منصف BC ($\hat{E}=90^\circ$، $BE=EC$)

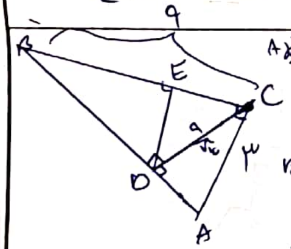
$AB=AC$، EA مشترک، $BE=EC$ } (ض ز ض) → $A\hat{B}E\cong A\hat{E}C \to \hat{A}_1=\hat{A}_2 \to$ AO نیمساز $\hat{A}$ → از آنجا که $OB=OC$

$B\hat{D}O$ در → $(4-x)^2+2^2=x^2 \to 16+x^2-8x+4=x^2 \to 8x=20 \to x=\frac{5}{2}$ → مثلث متساوی الساقین $90=O\hat{C}A=O\hat{B}A$ → $B\hat{E}O \to EB^2+EO^2=BO^2 \to 5+EO^2=\frac{25}{4} \to EO=\frac{\sqrt{5}}{2}$

A $B\hat{O}$ در $\hat{B}=90^\circ$ ارتفاع BE → $BE^2=EO\times AE \Rightarrow 5=\frac{\sqrt{5}}{2}\times EA \Rightarrow EA=\frac{10}{\sqrt{5}}$

$\boxed{S_{E\hat{B}A}=\frac{1}{2}EB\times EA=\frac{10}{\sqrt{5}}\times\sqrt{5}\times\frac{1}{2}=5}$

۹



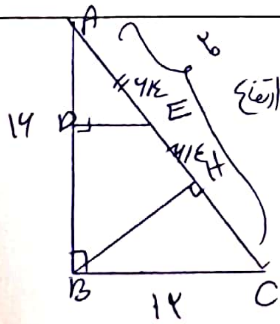
$A\hat{B}C$ در $AB^2=BC^2+AC^2 \Rightarrow 81+9=90 \to AB=3\sqrt{10}$

ارتفاع DC $\Rightarrow DC\times AB=BC\times AC \to 9\times 3=3\sqrt{10}\times DC \to DC=\frac{9}{\sqrt{10}}$

$B\hat{D}C$ در، ارتفاع ED → $DC^2=EC\times BC \to \frac{9\times 9}{10}=9\times EC \to EC=\frac{9}{10}$

$BC=BE+EC \to 9=\frac{9}{10}+BE \to \frac{81}{10}=BE$

۱۰



$AC^2=AB^2+BC^2 \to 144+256=400 \to AC=20$

ارتفاع BH → $BC^2=HC\times AC \to 144=HC\times 20 \to HC=7/2 \to AH=20-7/2=12/8$

$EH=AE=\frac{1}{2}AH=6/4$

$DE \parallel BC$ (هر دو عمود بر AB) $\to \frac{DE}{BC}=\frac{AE}{AC} \to \frac{DE}{12}=\frac{6/4}{20}$

$DE=384$