الیسا جلالی - تکلیف شماره ی ۲۳ ۲۰

-۱

$\log_x m = a \qquad m = x^a$

$\log_{x^{a+1}} x^{2a+1} = b \qquad b = \frac{2a+1+1-1}{a+1} = \frac{2(a+1)}{a+1} - \frac{1}{a+1} = 2 - \frac{1}{a+1} < 1 \rightarrow a > 0 ,\ a+1 > 1$ ✓

$b = \frac{2a+1}{a+1}\log_x x \qquad [b] = 1$

-۲

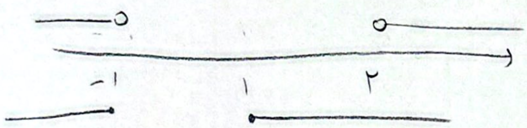
الف) $\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \qquad x > 0 \qquad \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \rightarrow > 0 \qquad \log_{\frac{1}{2}} x > 0 ,\ x < 1$ ✓

$D = (0, 1)$

ب) $y = \frac{\log_2 (x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1} \qquad x^2-x-2 > 0 \qquad (x-2)(x+1) > 0$

	-1		2	
+		-		+

$x^2 - 1 \geq 0 \qquad x \geq 1 ,\ x \leq -1$



$D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

-۳

$2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \qquad t + \frac{1}{t} = 2 \rightarrow t = 1 \qquad \log_3 a = 1 \qquad a = 3$ ✓

$\underbrace{\log_3 a}_{t}$

-۴

$(\log 5 - \log 3)x^2 + (2\log 3)x - \log 3 - \log 5 = 0 \rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$ ✓

$3x^2 + 8x - 11 = 0$

$\underbrace{\log 2}_{0.3} + \log 5 = \underbrace{\log 10}_{1} \rightarrow \log 5 = 0.7$

اختلاف ریشه‌ها $= \frac{\sqrt{\Delta}}{a} = \frac{\sqrt{64+132}}{3} = \frac{14}{3}$

-۵

$\log_5 2 + \log_5 5 = \log_5 10 = 1.5$ ✓

$\log_5 2 \times \log_2 7 = \log_5 7 = 0.5 \times 2.8 = 1.4$

$\log_5 7 + \log_5 2 = \log_5 14 = 1.4 + 0.5 = 1.9$

$\log_{14} 10 = \frac{\log_5 10}{\log_5 14} = \frac{1.5}{1.9} = \frac{15}{19}$

-۶

$\log_2 3 \times \log_3 5 = \log_2 5 = 1.6 \times \frac{3}{2} = 2.4$

$\log_{15} 6 = \frac{\log_2 6}{\log_2 15} = \frac{\log_2 3 + \log_2 2}{\log_2 5 + \log_2 3}$ ✓

$= \frac{1.6 + 1}{2.4 + 1.6} = \frac{2.6}{4} = \frac{26}{40} = \frac{13}{20}$

-۷

$\log_۲^{۱۸} = ۳m \qquad ۲\log_۲^۳ + \log_۲^۲ = ۳m \qquad \log_۲^۳ = \frac{۳m-۱}{۲}$

$\log_۴^{۱۲} = \frac{۱}{۲}\log_۲^{۱۲} = \frac{۱}{۲}(\log_۲^۴ + \log_۲^۳) = \frac{۱}{۲}(۲ + \frac{۳m-۱}{۲}) = \frac{۳m+۳}{۴}$ ۴)

-۸

$(\frac{۵}{۲})^{۱-۲x} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} \qquad ۳x^۲ = ۱-۲x \qquad ۳x^۲+۲x-۱=۰$

$x^۲+۲x-۳=۰ \qquad (x+۳)(x-۱)=۰$ → $x=\frac{۱}{۳}$ ✓ ; → $x=-۱$ ⟶ $۹x+۱<۰$ غ ق ق ۴)

$\log_۸^{۹\times\frac{۱}{۳}+۱} = \log_۸^۴ = \frac{۲}{۳}$

-۹

$\log_۸^b = \frac{۲}{۳}(\log_۲^۲ + \log_۲^۳) = \frac{۲}{۳}\log_۲^۶ = \log_۸^{۳۶} \rightarrow b=۳۶$ ۴)

$\log(۳\times۳۶-۸) = \log ۱۰۰ = ۲$

-۱۰

$S = \frac{-b}{-۴a} = \frac{b}{۴a} \rightarrow \frac{۴a}{b} = \log ۴ = ۲\log ۲ \qquad \frac{۲a}{b} = \log ۲$

$a = \frac{b+c}{۲} \qquad ۲a = b+c = b\log ۲ \qquad c = b(\log ۲ - ۱)$ ۴)

$a = \frac{b\log ۲}{۲}$

$\frac{c}{a} = \frac{۲(\log ۲-۱)}{\log ۲} = ۲\times\frac{\log ۰/۲}{\log ۲} = ۲\log_۲^{۰/۲}$

$(\frac{۱}{\sqrt{۲}})^{\frac{c}{a}} = (۲^{-\frac{۱}{۲}})^{۲\log_۲^{۰/۲}} = (۲^{-۱})^{\log_۲^{۰/۲}} = (۰/۲)^{\log_۲^{۲^{-\frac{۱}{۲}}}} = ۰/۲^{-\frac{۱}{۲}} = (\frac{۱}{۵})^{-\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۵}$