نام و نام خانوادگی ......ملیکا ...... ۲۰ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..۲۳.. کلاس ...یازدهم تجربی........

۱

$\log_n m = a \to m = n^a$

$\log_{mn} m^2 n = \log_{mn} (mn \times m) = \underbrace{\log_{mn} mn}_{1} + \log_{mn} m = b \to 1 + \underbrace{\log_{n^{a+1}} n^a}_{\frac{a}{a+1}} = b$ (۵)

$\to b = \frac{a}{a+1} + 1 = \frac{2a+1}{a+1} \xrightarrow{a>0} 1 < b < 2$

$\to \boxed{[b] = 1}$

۲

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}}$ $\quad x > 0,\ \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0$ $\quad$ (جدول تعیین علامت: $0 \quad 1$ ؛ $- \mid + \mid -$) $\to \boxed{D = (0,1)}$ (۵)

ب) $y = \frac{\log_4 (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1}$

$x^2 - x - 2 > 0$ $\quad$ (جدول تعیین علامت: $-1 \quad 2$ ؛ $+ \mid - \mid +$)

$x^2 - 1 \geq 0 \to x^2 \geq 1 \to x \geq 1$ یا $x \leq -1$

$\sqrt{x^2-1} + 1 \neq 0$ ✓

$\to \boxed{D = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)}$

۳

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2 \to \frac{2}{\log_a x} + \log_a \sqrt{x} = 2 \to \frac{2}{2\log_a \sqrt{x}} + \log_a \sqrt{x} = 2$

$\xrightarrow{\log_a \sqrt{x} = t} \frac{1}{t} + t = 2 \to t^2 - 2t + 1 = 0 \to (t-1)^2 = 0 \to t = 1$ (۵)

$\to \log_a \sqrt{x} = 1 \xrightarrow{x=9} \log_a 3 = 1 \to a^1 = 3 \to \boxed{a = 3}$

۴

$\log 3 \approx 0.4 \qquad \log 2 \approx 0.3 \qquad \log 5 = \log \frac{10}{2} = \log 10 - \log 2 = 1 - 0.3 = 0.7$

$(\log \frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \to (\log 5 - \log 3)x^2 + (2\log 3)x - \log 5 - \log 3 = 0$

$\xrightarrow{\text{جمع ضرایب} = 0}$ $x_1 = 1$ (۵)

$x_2 = \frac{\log 5 + \log 3}{\log 3 - \log 5} = \frac{0.7 + 0.4}{0.4 - 0.7} = \frac{-1.1}{0.3} = \frac{11}{3}$

$|x_1 - x_2| = |1 - (-\frac{11}{3})| = \boxed{\frac{14}{3}}$

۵

$\log_2 7 = 2.8 \qquad \log_5 2 = 0.5 \longrightarrow \log_2 5 = 2$

$\log_{14} 10 = \frac{\log_2 10}{\log_2 14} = \frac{\log_2 (5 \times 2)}{\log_2 (7 \times 2)} = \frac{\log_2 5 + \log_2 2}{\log_2 7 + \log_2 2} = \frac{2+1}{2.8+1} = \frac{3}{3.8} = \boxed{\frac{15}{19}}$ (۵)

$\log_{۳}^{۵} = ۱٫۵ \qquad \log_{۲}^{۳} = ۱٫۶ \xrightarrow{\text{معکوس}} \log_{۳}^{۲} = ۰٫۶۲۵$

$\log_{۱۵}^{۶} = \dfrac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۵}} = \dfrac{\log_{۳}^{۲\times۳}}{\log_{۳}^{۵\times۳}} = \dfrac{\log_{۳}^{۲} + \log_{۳}^{۳}}{\log_{۳}^{۵} + \log_{۳}^{۳}} = \dfrac{۰٫۶۲۵+۱}{۱٫۵+۱} = \dfrac{۱٫۶۲۵}{۲٫۵} = \boxed{۰٫۶۵}$ ۶

$\log_{۸}^{۱۸} = \log_{۲^۳}^{۹\times۲} = \dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} + \underbrace{\log_{۲^۳}^{۲}}_{\frac{۱}{۳}} = m \to \dfrac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \dfrac{۱}{۳} \to \log_{۲}^{۳} = \dfrac{۳m-۱}{۲}$

$\log_{۴}^{۱۲} = \log_{۴}^{۴\times۳} = \underbrace{\log_{۴}^{۴}}_{۱} + \dfrac{۱}{۲}\underbrace{\log_{۲}^{۳}}_{\frac{۳m-۱}{۲}} = ۱ + \dfrac{۳m-۱}{۴} = \boxed{\dfrac{۳m+۳}{۴}}$ ۷

$\underbrace{(۰٫۴)}_{\frac{۲}{۵}}^{۲m-۱} = \underbrace{\left(\dfrac{۱۲۵}{۸}\right)}_{\left(\frac{۵}{۲}\right)^۳}^{m^۲} \to \left(\dfrac{۲}{۵}\right)^{۲m-۱} = \left(\dfrac{۲}{۵}\right)^{-۳m^۲} \to -۳m^۲ = ۲m-۱$

$\to ۳m^۲ + ۲m - ۱ = ۰ \to$

- $m = -۱$ ق ق $\to \log_{۸}^{(۹m+۱)} = \log_{۸}^{-۸}$ تعریف نشده
- $m = \dfrac{۱}{۳}$ ق ق $\to \log_{۸}^{(۹m+۱)} = \log_{۸}^{۴} = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \boxed{\dfrac{۲}{۳}}$ ۸

$\log_{۲}^{۳} = a \to ۲^a = ۳$

$\underbrace{\log_{۸}^{b}}_{\frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b}} = \dfrac{۲}{۳}(۱+a) \to \log_{۲}^{b} = ۲(۱+a) \to b = ۲^{۲+۲a} = ۴\times\underbrace{(۲^a)^۲}_{۳^۲} = ۳۶$ ۹

$\Rightarrow b = ۳۶ \to ۳b - ۸ = ۳\times۳۶ - ۸ = ۱۰۰ \to \boxed{\log ۱۰۰ = ۲}$

$-۴ax^۲ + bx + \dfrac{۱}{۲}c = ۰$

$S = \dfrac{b}{۴a} \to \dfrac{۱}{\frac{b}{۴a}} = \log ۴ \to b = \dfrac{۴a}{\log ۴} \qquad \dfrac{۴}{۲\log ۲} = ۲\log_{۲}^{۱۰}$

$۲a = b + c \to c = ۲a - b \to c = ۲a - \dfrac{۴a}{\log ۴} = a\left(۲ - \dfrac{۴}{\log ۴}\right) \to \dfrac{c}{a} = ۲ - \dfrac{۴}{\log ۴}$ ۱۰

$\left(\dfrac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} = (۲)^{\frac{-۱}{۸}\times\frac{c}{a}} = (۲)^{\frac{-۱}{۸}\times(۲ - ۲\log_{۲}^{۱۰})} = ۲^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۱۰} - \frac{۱}{۴}} = ۲^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۱۰}} \times ۲^{\frac{-۱}{۴}} = ۱۰^{\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۲}} \times ۲^{\frac{-۱}{۴}}$

$\Rightarrow ۱۰^{\frac{۱}{۴}} \times ۲^{\frac{-۱}{۴}} = \left(\dfrac{۱۰}{۲}\right)^{\frac{۱}{۴}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$