۲۰

نام و نام خانوادگی علیا عطائی پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۳ کلاس یازدهم ریاضی

۱

$\log_n^m = a \qquad \log_{mn}^{m^2 n} = b \xrightarrow{a>0} [b] = ?$

$\boxed{m = n^a} \to b = \log_{n^{a+1}}^{n^{2a+1}} = \boxed{\frac{2a+1}{a+1}}\underbrace{\cancel{\log_n^n}}_{1} \Rightarrow b = \frac{2a+1}{a+1} \xrightarrow{[\,]} [b] = \left[\frac{(a+1)+a}{a+1}\right] = \left[\frac{a}{a+1}\right]+1$

$\xrightarrow{a>0} 0 < \underbrace{\frac{a}{a+1}}_{b-1} < 1 \to [b] = \underbrace{\left[\frac{a}{a+1}\right]}_{0} + 1 = \boxed{1}$

۴

۲

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}}} \geq 0 \quad \log_{\frac{1}{2}}^{x} \neq 0$

$0 < \frac{1}{2} < 1 \leftarrow$ نمودار/کاهشی

$\begin{cases} 1)\ x > 0 : I \\ 2)\ \dfrac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^{x}} \geq 0 \end{cases}$ $\to x = 0$; $\log_{\frac{1}{2}}^{x} \to x = \left(\frac{1}{2}\right)^0 = 1$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & 0 & & 1 & \\ \hline & - & \emptyset & + & \emptyset & - \end{array} : II$

$\boxed{D_f : I \cap II : (0,1)}$

ب) $\dfrac{\log_4^{(x^2-x-2)} > 0}{\sqrt{x^2-1}+1} \neq 0$

$\begin{cases} 1)\ x^2-x-2 > 0 \Rightarrow \\ (x=-1 \quad x=2) \\ 2)\ \underbrace{\sqrt{x^2-1}}_{+\ \text{همواره}} \neq -1 \end{cases}$

$\begin{array}{c|ccccc} x & & -1 & & 2 & \\ \hline & + & \emptyset & - & \emptyset & + \end{array}$ $(-\infty,-1) \cup (2,+\infty) : I$

همواره درست $: II$

$\boxed{D_f : I \cap II : (-\infty,-1) \cup (2,+\infty)}$

۴

۳

$(x=9)$
$a = ?$

$2\log_{x}^{a} + \log_{a}^{\sqrt{x}} = 2 \xRightarrow{x=9} \underbrace{\log_3^a}_{\frac{1}{\log_a^3}} + \log_a^3 = 2 \xrightarrow{\log_a^3 = t} \frac{1}{t} + t = 2 \xrightarrow{\times t} t^2 - 2t + 1 = 0$

$(t-1)^2 = 0 \to \boxed{t = 1}$

$\to \log_a^3 = 1 \to \boxed{a = 3}$

۴

۴

$\left(\log\frac{5}{3}\right)x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \qquad \log = \quad , \log = \qquad$ اختلاف ریشه: $\frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$

$\log\frac{5}{3} = \log 5 - \log 3 = \overset{1}{\log 10} - \overset{0.3}{\log 2} - \overset{0.4}{\log 3} = \boxed{0.3}$

$\log 9 = 2\log 3 = \boxed{0.8} \qquad \log 15 = \underset{0.4}{\log 3} + \underset{1}{\log 10} - \underset{0.3}{\log 2} = \boxed{1.1}$

$\xrightarrow{\Delta = b^2 - 4ac} \Delta = (0.8)^2 - 4(0.3)(-1.1)$

$\Delta = 0.64 + 1.32 = \boxed{1.96}$

$\longrightarrow \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{1.96}}{0.3} = \frac{1.4}{0.3} = \boxed{\frac{14}{3}}$ جواب د

۴

۵

$\log_5^2 = 0.5 \ , \ \log_2^7 = 2.8 \qquad \log_5^2 = \frac{1}{2} \to \frac{\log 2}{\log\frac{10}{2}} = \frac{\log 2}{\overset{1}{\cancel{\log 10}} - \log 2} = \frac{1}{2} \to 2\log 2 = 1 - \log 2$

$3\log 2 = 1$

$\to \boxed{\log 2 = \frac{1}{3}}$

$\log_{14}^{10} = ? \qquad \log_2^7 = \frac{\log 7}{\log 2} = \frac{\log 7}{\frac{1}{3}} = 2.8 \longrightarrow \boxed{\log 7 = \frac{14}{15}}$

$\log_{14}^{10} = \frac{\log 10}{\log 2 + \log 7} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{14}{15}} = \frac{1}{\frac{5+14}{15}} = \frac{1}{\frac{19}{15}} = \boxed{\frac{15}{19}}$ جواب ب

۴

$\overset{۱}{\cancel{\log ۱۰}} - \log ۲$

$\log_{۱۵}^{۶}=?$ $\frac{\log ۶}{\log ۱۵}=\frac{\log ۲+\log ۳}{\log\frac{۱۰}{۲}+\log ۳}=\frac{\frac{۱}{۳{,}۴}+\frac{۱{,}۶}{۳{,}۴}}{۱-\frac{۱}{۳{,}۴}+\frac{۱{,}۶}{۳{,}۴}}=\frac{\frac{۲{,}۶}{۳{,}۴}}{\frac{۴}{۳{,}۴}}=\frac{۲{,}۶}{۴}=۰{,}۶۵$ ⇒ جواب (۴ ۶

$\log_{۲}^{۳}=۱{,}۶$ ، $\log_{۳}^{۵}=۱{,}۵$

$\log_{۳}^{۵}=\frac{\log ۵}{\log ۳}=\frac{\log\frac{۱۰}{۲}}{\log ۳}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{\cancel{\log}۱۰-\log ۲}{\log ۳}=\frac{۳}{۲}\Rightarrow\frac{۱-\log ۲}{\frac{۸}{۵}\log ۲}=\frac{۳}{۲}$

$\log_{۲}^{۳}=\frac{\log ۳}{\log ۲}=\frac{۸}{۵}\Rightarrow\log ۳=\frac{۸}{۵}\log ۲\Longrightarrow ۲-۲\log ۲=۴{,}۸\log ۲\Rightarrow ۶{,}۸\log ۲=۲\Rightarrow\log ۲=\frac{۱}{۳{,}۴}$

$\Rightarrow\log ۳=\frac{۱{,}۶}{۳{,}۴}$

$\log_{۸}^{۱۸}=m$ $\log_{۴}^{۱۲}=?$ $\log_{۴}^{۳}+\log_{۴}^{\overset{۱}{\cancel{۴}}}=\frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳}+۱\xRightarrow{\log_{۲}^{۳}=\frac{۳m-۱}{۲}}\frac{۳m-۱}{۴}+\frac{۴}{۴}=\frac{۳m+۳}{۴}$ (۱ ۷

↓

$\log_{۲^۳}^{۳^۲}+\log_{۲^۳}^{۲}=\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳}+\frac{۱}{۳}=m\to\log_{۲}^{۳}=\left(m-\frac{۱}{۳}\right)\times\frac{۳}{۲}=\frac{۳m-۱}{\cancel{۳}}\times\frac{\cancel{۳}}{۲}=\frac{۳m-۱}{۲}$

$\Rightarrow\log_{۴}^{۱۲}=\frac{۳m+۳}{۴}$ جواب

$\left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{x^۲}=(۰{,}۴)^{۲x-۱}$ $\log_{۸}^{(۹x+۱)}$

$\left(\frac{۵}{۲}\right)^{۳x^۲}=\left(\underbrace{\frac{۱۰}{۴}}_{\frac{۵}{۲}}\right)^{-۲x+۱}\longrightarrow ۳x^۲=-۲x+۱\to ۳x^۲+۲x-۱=۰$ $\overset{a+c=b}{\begin{cases}x=-۱ & \text{غ ق ✗}\\ x=-\frac{c}{a}=\frac{۱}{۳} & \text{ق ق ✓}\end{cases}}$ (۱ ۸

$\log_{۸}^{۹\times\frac{۱}{۳}+۱}=\log_{۸}^{۴}=\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{\overset{۱}{\cancel{۲}}}=\frac{۲}{۳}$ → جواب

$۲^{a}=۳$

$\log_{۲}^{۳}=a$ $\log_{۸}^{b}=\frac{۲}{۳}(۱+a)$ $\log(۳b-۸)=?$ (۱ ۹

$\frac{۱}{\cancel{۳}}$ $\log_{۲}^{b}=\frac{۲}{\cancel{۳}}(۱+a)\to ۲^{(۲+۲a)}=b\to ۲^۲\times(\underbrace{۲^a}_{۳})^۲=b\to b=۳۶$

$\log(\underbrace{\overset{۱۰۸}{\widetilde{۳(۳۶)}}-۸}_{۱۰۰})=\log ۱۰۰=۲\Rightarrow$ جواب ۹

$-۴ax^۲+bx+\frac{۱}{۲}c=۰\xrightarrow{\text{عکس جمع}}-\frac{a}{b}=\log ۲$ $b+c=۲a$ $\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}}=\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\log_{\sqrt{۲}}^{\frac{۱}{۵}}}=\frac{۱}{۵}^{\log_{\sqrt{۲}}^{\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}}}=$ ۱۰★

$\frac{۱}{S}=-\frac{-۴a}{b}=\frac{۴a}{b}=\underset{\log ۱۰}{\log ۴}\to\frac{a}{b}=\frac{\cancel{۲}\log ۲}{\cancel{۴}_{۲}}$ $\xrightarrow{\div b}\frac{۲a}{b}=۱+\frac{c}{b}\xrightarrow{\left(\frac{a}{b}\right)=\frac{\log ۲}{۲}}\frac{\cancel{۲}\log ۲}{\cancel{۲}}=۱+\frac{c}{b}\Rightarrow\frac{c}{b}=\log ۲-۱$ (۱

$\frac{\frac{c}{\cancel{b}}}{\frac{a}{\cancel{b}}}=\frac{c}{a}=\frac{\log ۲-۱}{\frac{\log ۲}{۲}}\to\frac{c}{a}=\frac{\log\frac{۲^۱}{۱۰}}{\frac{۱}{۲}\log ۲}=\frac{\log\frac{۱}{۵}}{\log\sqrt{۲}}=\log_{\sqrt{۲}}^{\frac{۱}{۵}}$

جواب نهایی $\sqrt[۴]{۵}=\left(\frac{۱}{۵}\right)^{\frac{۱}{۴}}=\frac{۱}{۵}^{\frac{-\frac{۱}{۸}}{\frac{۱}{۲}}\log_{۲}^{\overset{۱}{۲}}}\Leftarrow\frac{۱}{۵}^{\log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۲^{-\frac{۱}{۸}}}}$