نام و نام خانوادگی ......سام دلاور ابن علی...... **پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره** ...۲۳... **کلاس** ...یازدهم ریاضی گروه ۲ پنج‌شنبه...

⑳

۱

$\log_n m = a$, $\log_{mn} m^2 n = b$, $a > 0$ $[b] = ?$

$\log_{mn} m^2 n = b \Rightarrow \frac{\log_n m^2 n}{\log_n mn} = \frac{\log_n m^2 + \overset{1}{\cancel{\log_n n}}}{\log_n m + \cancel{\log_n n}} = \frac{2\overset{a}{\cancel{\log_n m}} + 1}{a+1} = \frac{2a+1}{a+1} = b \Rightarrow \left[\frac{2a+1}{a+1}\right] = [b]$

$\Rightarrow \left[\frac{a+a+1}{a+1}\right] = [b] \Rightarrow \left[\frac{a+1}{a+1} + \frac{a}{a+1}\right] \Rightarrow \left[1 + \frac{a}{a+1}\right] \Rightarrow 1 + \left[\frac{a}{a+1}\right] \xrightarrow[0<\frac{a}{a+1}<1]{a>0} 1 + \overset{*}{0} = ①$ ← جواب

$\overset{*}{0} = \left[\frac{a}{a+1}\right]$ طبق براکت

②

۲

الف) $y = \sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x}} \rightarrow \frac{x}{\log_{\frac{1}{2}} x} \geq 0 \Rightarrow$ $\begin{array}{c} 0 \quad 1 \\ \hline - \;|\; + \;|\; - \end{array}$ $\rightarrow x \in (0,1)$ I , $\log_{\frac{1}{2}} x \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$ II

$x=1$ ✓

بخاطر دامنه نیست
چون x داخل log است
باید >0 باشد

← I ∩ II $\Rightarrow D_f = \boxed{(0,1)}$ ← جواب

ب) $y = \frac{\log_e (x^2 - x - 2)}{\sqrt{x^2-1} + 1} \Rightarrow$ صورت ← $\log_e (x^2 - x - 2) \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1)$ $x=2$ یا $x=-1$ $\Rightarrow$ $\begin{array}{c} -1 \quad 2 \\ \hline + \;|\; - \;|\; + \end{array}$

②

$\Rightarrow x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ I , $\sqrt{x^2-1} + 1 \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x^2-1} \neq -1$ ✓ همیشه برقرار , $\sqrt{x^2-1} \Rightarrow x^2 - 1 \geq 0 \Rightarrow x^2 \geq 1$ ↗ $x \geq 1$ ↘ $x \leq -1$ II

I , II $\Rightarrow D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty) \Rightarrow$ جواب

۳

$2\log_x a + \log_a \sqrt{x} = 2 \xrightarrow{x=9} 2\log_9 a + \log_a 3 = 2 \Rightarrow 2\log_{3^2} a + \log_a 3 = 2 \Rightarrow \log_3 a + \frac{1}{\log_3 a} = 2 \Rightarrow$

$\frac{(\log_3 a)^2 + 1}{\log_3 a} = 2 \Rightarrow (\log_3 a)^2 + 1 = 2\log_3 a \Rightarrow (\log_3 a)^2 - 2\log_3 a + 1 = 0 \xrightarrow[\log_3 a = t]{} t^2 - 2t + 1 = 0 \Rightarrow$

$(t-1)^2 = 0 \Rightarrow t = 1 \Rightarrow \log_3 a = 1 \Rightarrow \boxed{a=3}$ ← جواب

②

۴

$\left[\log \frac{5}{3}\right] x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \Rightarrow (\underset{②}{\log 5 - \log 3})\, x^2 + (\underset{③}{2\log 3})\, x - (\log 3 + \log 5) = 0$ ★

② $\log 5 - \log 3 \Rightarrow \log 10 - \log 2 - \log 3 = 1 - 0/3 - 0/4 = 0/3$

③ $2 \times \frac{4}{10} = \frac{8}{10} = 0/8$

★ $\log 3 + \log 10 - \log 2 = 0/4 + 1 - 0/3 = 1/1$

②

$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|} = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{1/96}}{|0/3|} = \frac{1/4}{0/3} = \boxed{\frac{14}{3}}$ ← جواب

$\Delta = b^2 - 4ac = (0/8)^2 - (4 \times 0/3 \times -1/1) = 1/96$

۵

$\frac{\log_2 10 \;\; {}^{2\times 5}}{\log_2 14 \;\; {}^{2\times 7}} = \frac{\overset{1}{\cancel{\log_2 2}} + \overset{2}{\cancel{\log_2 5}}}{\underset{1}{\cancel{\log_2 2}} + \underset{2/8}{\cancel{\log_2 7}}} = \frac{3}{3/8} = \frac{30}{38} = \boxed{\frac{15}{19}}$ ← جواب

$\log_2 7 = 2/8$ و $\log_5 2 = 0/5 \Rightarrow \log_2 5 = 2$

②

$\log_{۱۵}^{۶} = \dfrac{\log_{۳}^{\overset{۲×۳}{۶}}}{\log_{۳}^{\underset{۵×۳}{۱۵}}} = \dfrac{\overset{۵/۸}{\cancel{\log_{۳}^{۲}}} + \overset{۱}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}}}{\underset{۱/۵}{\cancel{\log_{۳}^{۵}}} + \underset{۱}{\cancel{\log_{۳}^{۳}}}} = \dfrac{\frac{۱۳}{۸}}{} = \boxed{\dfrac{۱۳}{۲۰}} \to$ جواب

$\log_{۳}^{۲} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = ۱/۶ \Rightarrow \log_{۳}^{۲} = \dfrac{\cancel{۱۰}^{۵}}{\cancel{۱۶}_{۸}}$

۲)

۶

$\log_{\underset{۲^۳}{⑧}}^{۱۸} = m \Rightarrow \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{\overset{۳^۲×۲}{۱۸}} \Rightarrow \frac{۱}{۳}(\log_{۲}^{\overset{۳^۲}{⑨}} + \underset{۱}{\cancel{\log_{۲}^{۲}}}) \Rightarrow \frac{۱}{۳}(۲\log_{۲}^{۳} + ۱) = m \Rightarrow \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} + \frac{۱}{۳} = m$

$\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} = m - \frac{۱}{۳} \Rightarrow \log_{۲}^{۳} = \dfrac{m - \frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲}$

۲)

$\log_{۴}^{\overset{۳×۴}{۱۲}} = \underset{۱}{\cancel{\log_{۴}^{۴}}} + \log_{\underset{۲^۲}{④}}^{۳} = ۱ + \frac{۱}{۲}\log_{۲}^{۳} = ۱ + \frac{۱}{۲}(\frac{۳}{۲}m - \frac{۱}{۲}) = ۱ + \frac{۳}{۴}m - \frac{۱}{۴} = \boxed{\frac{۳m}{۴} + \frac{۳}{۴}}$

جواب

۷

$(۰/۴)^{۲x-۱} = (\frac{۱۲۵}{۸})^{x^۲}, \quad \log_{۸}^{(۹x+۱)} = ?$

$\downarrow$

$(\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵^۳}{۲^۳})^{x^۲} \Rightarrow (\frac{۲}{۵})^{۲x-۱} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} \Rightarrow (\frac{۵}{۲})^{۱-۲x} = (\frac{۵}{۲})^{۳x^۲} \Rightarrow ۱-۲x = ۳x^۲ \Rightarrow ۳x^۲+۲x-۱=۰$

$\overset{×۳}{\Rightarrow} x^۲+۲x-۳=۰ \Rightarrow (x+۳)(x-۱)=۰$

$x=۱ \xrightarrow{÷۳} x=\frac{۱}{۳}$ ✓

$x=-۳ \xrightarrow{÷۳} x=-۱$ غ ق ق

$\log_{۸}^{(۹x+۱)} \xRightarrow{x=\frac{۱}{۳}} \log_{۸}^{(\cancel{۳+۱})^{۴}} = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۲} = \boxed{\frac{۲}{۳}}$

جواب

۲)

۸

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a), \log_{۲}^{۳} = a \to \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+\underset{\log_{۲}^{۳}}{\cancel{a}}) \Rightarrow \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{۳} + \frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} \to$

$-\frac{۲}{۳}\log_{۲}^{۳} + \frac{۱}{۳}\log_{۲}^{b} = \frac{۲}{۳} \to \frac{۱}{۳}(\log_{۲}^{b} - \underbrace{۲\log_{۲}^{۳}}_{\log_{۲}^{۹}}) = \frac{۲}{۳} \Rightarrow \cancel{\frac{۱}{۳}}(\log_{۲}^{\frac{b}{۹}}) = \cancel{\frac{۲}{۳}}^{۲} \Rightarrow$

$\log_{۲}^{\frac{b}{۹}} = ۲ \Rightarrow \frac{b}{۹} = ۴ \Rightarrow \boxed{b = ۳۶}$

$\log(۳b-۸) = \log(\underset{۱۰۸}{\cancel{۳×۳۶}}-۸) = \log(۱۰۰) = \boxed{۲}$

جواب

۲)

۹

عکس
جمع دو بیست

$= \frac{۴a}{b} = ۲\log ۲ \to \frac{۲a}{b} = \log ۲ \Rightarrow b = \frac{۲a}{\log ۲} \qquad \frac{b+c}{۲} = a \to c = ۲a - b$

$\frac{c}{a} = \frac{۲a-b}{a} = ۲ - \frac{b}{a} = ۲ - (\frac{۲\cancel{a}}{\log ۲} × \frac{۱}{\cancel{a}}) = ۲ - \frac{۲}{\log ۲} = ۲(۱ - \dfrac{۱}{\underset{\log_{۲}^{۱۰}}{\log ۲}}) = ۲ - ۲\log_{۲}^{۱۰} =$

۲)

$۲ - \log_{۲}^{۱۰۰}$

$\dfrac{۱}{\sqrt[۸]{۲}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲-۲\log_{۲}^{۱۰}} = (۲^{-\frac{۱}{۸}})^{۲(\overset{\log_{۲}^{۲}}{۱} - \log_{۲}^{۱۰})} \Rightarrow ۲^{-\frac{۱}{۴}\log_{۲}^{۰/۲}} = ۲^{\log_{۲^۴}^{۵}} \to$

with $\underbrace{۱ - \log_{۲}^{۱۰}}_{\log_{۲}^{۰/۲}}$

$۵^{\log_{۲^۴}^{۲}} = ۵^{\frac{۱}{۴}\cancel{\log_{۲}^{۲}}^{۱}} = \boxed{\sqrt[۴]{۵}}$

جواب

۱۰