پارسا عباسیان — یازدهم ریاضی — تکلیف ۲۳ — ۲۰

۱.
$\log_n^m = a \quad \log_m^n = \frac{1}{a} \to \log_m^n + \log_m^m = \log_m^{mn} = \frac{1}{a}+1$

$\log_m^{mn} = \frac{a+1}{a} \quad \log_{mn}^m = \frac{a}{a+1} \to \log_{mn}^{m^2 n} = \log_{mn}^m + \log_{mn}^{mn} = b$ (۲)

$\frac{a}{a+1}+1 = b \to \left[\frac{a}{a+1}\right]+1 = 1 = [b]$

۲.
الف) $y=\sqrt{\frac{x}{\log_{\frac{1}{2}}^x}} \to \log_{\frac{1}{2}}^x > 0 \to x>0 \quad \log_{\frac{1}{2}}^x > 0 \to x<1$

$D_y = (0,1)$ (۲)

ب) $y=\frac{\log_4^{(x^2-x-2)}}{\sqrt{x^2-1}+1} \to \sqrt{x^2-1}+1 \neq 0 \qquad D_y = (-\infty,-1)\cup(2,+\infty)$

$x^2-x-2>0$: $-1 \quad 2$; $+ \quad - \quad +$

۳.
$2\log_x^a + \log_a^{\sqrt{x}} = 2 \to 2\log_x^a + \frac{1}{2\log_x^a} - 2 = 0$ (۲)

$4(\log_x^a)^2 + 1 - 4\log_x^a = 0 \to (2\log_x^a - 1)^2 \to 2\log_x^a = 1$

$a=3 \qquad x=9$

۴.
$\to (\log_{10}^{10} - \log_{10}^2 - \log_{10}^3)x^2 + (\log^3 + \log^3)x - (\log 10 - \log^2 + \log^3)$

$\log 2 \simeq 0.3$
$\log 3 \simeq 0.4$

$(1-0.3-0.4)x^2 + (0.4+0.4)x - (1-0.3+0.4)$

$(\log\frac{5}{3})x^2 + (\log 9)x - \log 15 = 0 \Rightarrow 0.3x^2 + 0.8x - 1.1 = 0$

$S=\frac{-8}{3} \quad P=-\frac{11}{3}$ (۲)

$|\alpha-\beta| = \sqrt{(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta} = \sqrt{\frac{64}{9}+\frac{44}{3}} = \sqrt{\frac{196}{9}} = \frac{14}{3}$

۵.
$\log_2^7 = 2.8 \to \log_2^7 + \log_2^2 = 3.8 = \log_2^{14}$

$\log_5^2 = 0.5 \to \log_2^5 = 2 \to \log_2^5 + \log_2^2 \to \log_2^{10} = 3$ (۲)

$\log_{14}^{10} = \frac{15}{19}$

$\Rightarrow \frac{\log_2^{10}}{\log_2^{14}} = \frac{3}{3.8} = \frac{30}{38} = \frac{15}{19}$

۶.

$\log_{۳}^{۵} = ۱/۵ \rightarrow \log_{۳}^{۵} + \log_{۳}^{۳} = \log_{۳}^{۱۵} = ۲/۵$

$\log_{۲}^{۳} = ۱/۶ \rightarrow \log_{۳}^{۲} = \frac{۵}{۸} \rightarrow \log_{۳}^{۲} + \log_{۳}^{۳} = \log_{۳}^{۶} = \frac{۱۳}{۸}$ (۶)

$\log_{۱۰}^{۶} = ۰.۶ \rightarrow \frac{\log_{۳}^{۶}}{\log_{۳}^{۱۰}} = \frac{\frac{۱۳}{۸}}{\frac{۵}{۸}} = \frac{۱۳}{۲۰}$

۷.

$\log_{۸}^{۱۸} = m \rightarrow \frac{\log^{۱۸}_{۲}}{\log^{۸}_{۲}} = m \rightarrow \log_{۲}^{۱۸} = ۳m$

$\log_{۶}^{۱۲} = \frac{۳m+۲}{۶}$

$\log_{۲۴}^{۱۲} = \frac{\log_{۲}^{۱۲}}{\log_{۲}^{۲۴}} = \frac{\log_{۲}^{۴} + \log_{۲}^{۳}}{۳} = \frac{۲ + \frac{۳m-۱}{۲}}{۳} = \frac{۳m+۳}{۶} = \frac{m+۱}{۲}$ (۶)

$\log_{۲}^{۳} - \log_{۲}^{۲} = \log_{۲}^{\frac{۳}{۲}} = ۲\log_{۲}^{۳} - ۱ \rightarrow \log_{۲}^{۳} = \frac{۳m-۱}{۲}$

۸.

$(۰.۲)^{۳m-۱} = \left(\frac{۱۲۵}{۸}\right)^{m^۲} \Rightarrow \left(\frac{۲}{۵}\right)^{۳m-۱} = \left(\frac{۲}{۵}\right)^{-۳m^۲} \rightsquigarrow ۳m^۲ + ۲m - ۱ = ۰ \rightarrow m \begin{cases} -۱ \\ \frac{۱}{۳} \end{cases}$ (۶)

$\log_{۸}^{۳m+۱} \rightarrow ۹m + ۱ > ۰ \rightarrow m > -\frac{۱}{۹} \rightarrow m = \frac{۱}{۳}$

$\log_{۸}^{۴} = \log_{۲^۳}^{۲^۲} = \frac{۲}{۳}$

۹.

$\log_{۲}^{۳} = a \rightarrow \log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۲} = \log_{۲}^{۶} \rightsquigarrow \frac{۲}{۳}(\log_{۲}^{۶}) = \log_{۲}^{۴}$

$\log_{۸}^{b} = \frac{۲}{۳}(۱+a) \rightarrow b = ۴۶$ (۶)

$\log_{۲}^{۴۶} - ۸ \rightsquigarrow \log_{۱۰}^{۴} \in ۲$

۱۰.

$a = \frac{b+c}{۲} \rightarrow b = ۲a - c \rightarrow \frac{۱}{n_۱ + n_۲} = \frac{۱}{۶} = \frac{۴a}{b} = \frac{۴a}{۲a-c} = ۲\log_{۲}^{۶}$

$\frac{۲a}{۲a-c} = \log_{۲}^{۶} \rightarrow \frac{۲a-c}{۲a} = \log_{۲}^{۱۰} \rightsquigarrow ۱ - \log_{۲}^{۱۰} = \frac{c}{۲a}$ (۶) $\rightarrow ۲ - \log_{۲}^{۱۰۰} = \frac{c}{a}$

$\left(\frac{۱}{\sqrt[۸]{۲}}\right)^{\frac{c}{a}} \Rightarrow \left(۲^{-\frac{۱}{۸}}\right)^{\frac{c}{a}} = \left(۲^{\frac{c}{a}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} \rightarrow ۲^{(۲ - \log_{۲}^{۱۰۰})^{-\frac{۱}{۸}}}$

$\left(\frac{۲^۲}{۲^{\log_{۲}^{۱۰۰}}}\right)^{-\frac{۱}{۸}} \Rightarrow \left(\frac{۴}{۱۰۰}\right)^{-\frac{۱}{۸}} = (۲۵)^{\frac{۱}{۸}} \rightarrow \sqrt[۸]{۵}$ ضربدر