عسل طاهری

سوال ۱ ← $f(۱)=g(۱) \to ۳^{A+B}=۱ \to A+B=0 \to A=-B$

$f(۳)=g(۳) \to ۳^{۳A+B}=۹ \to ۳A+B=۲ \xrightarrow{A=-B} +۲B=۲ \to B=۱$

$A=۱$

$\to f(x)=۳^{x-۱} \to f(0) \to ۳^{-۱}=\boxed{\frac{۱}{۳}}$

سوال ۲ ← $\log_۲^{(۴^x+۱۵)}=x+۳ \to ۲^{x+۳}=۴^x+۱۵ \to (۲^{۲x})+۱۵=۲^x\times۳$

$\to (t)^۲+۱۵=\cancel{x}t+۲ \to t^۲-۸t^۲+۱۵ \to (t-۵)(t-۳)$

$t=۳,۵ \to \log_۲^۳+\log_۲^۵ \to \boxed{\log_۲^{۱۵}}$

سوال ۳ ← $۱۳۲۳=(۲۱)^۲\times۳ \quad ۱۴۷=۲۱\times۷ \to A=(\log_{۲۱}^{۳})^۲+\log_{۲۱}^{(۷\times۲۱)}\times\log_{۲۱}^{(۲۱^۲\times۳)}$

$\to A=(\log_{۲۱}^{۳})^۲+(\log_{۲۱}^{۲۱}+\log_{۲۱}^{۷})(\log_{۲۱}^{۳}+\log_{۲۱}^{(۲۱)^۲})$

$A=(\log_{۲۱}^{۳})^۲+(۱+\log_{۲۱}^{۷})(۲+\log_{۲۱}^{۳}) \to \log_{۲۱}^{۳}, \log_{۲۱}^{۷}$

$\to \log_{۲۱}^{۲۱} \to \log ۷=۱-\log ۳$

$A=(\log_{۲۱}^{۳})^۲+(۱+۱-\log_{۲۱}^{۳})\times(۲+\log_{۲۱}^{۳}) \to A=(\log_{۲۱}^{۳})^۲+$

$۴-\log_{۲۱}^{۳} \Rightarrow \boxed{۴}$

سوال ۴ ← $\log(x^۲-۲x+۱)+۳\log(۱-x)=۵ \to \log(x-۱)^۲+\log(۱-x)^۳=۵$

$\to (x-۱)^۲(۱-x)^۳=۱۰^۵ \to (۱-x)^۵=۱۰^۵$

$\to ۱-x=۱۰ \to x=-۹ \quad \log_۳^{(-x)} \to \log_۳^۹=\boxed{۲}$

سوال ۵ ← $\log_۲^{(x^۲+۲x+۴)}+\log_۲^{(x-۲)}=۳$

$\to \log_۲^{(x-۲)(x^۲+۲x+۴)}=۳$

$\to (x-۲)(x^۲+۲x+۴)=۸ \to x^۳-۸=۸ \to x^۳=۱۶ \to x=\sqrt[۳]{۲۴}$

$\log_{\sqrt[۳]{۲}}^{\sqrt[۳]{۱۶}} \to \boxed{۴}$

سوال ۶ ←

$\log(۲-x) - \log\frac{۱}{(x-۲)^۲} = ۳ \to \log(۲-x) - \log^{\frac{۱}{(۲-x)^۲}} = ۳$

$\to \log^{۲-x} - \log^{\frac{۱}{(۲-x)^۲}} = ۳ \to \log^{(۲-x)(۲-x)^۲} = ۳$

$\to (۲-x)^۳ = ۱۰^۳ \to ۲-x = ۱۰ \to x = -۸$

$\log_{\sqrt{۲}}^{(\cancel{-}x)} \to \log_{\sqrt{۲}}^{۸} \to \boxed{۶}$

سوال ۷ ←

$\log_۶^{(x-۲)} = ?$

$۳^{x^۲-\cancel{۴}} = ۸۱^x \to ۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x}$

$\to x^۲ - \cancel{۴} = ۴x \to x^۲ - ۴x - ۲ = ۰$

$\to x_۱ = \frac{۴+۲\sqrt{۶}}{۲}$ ✓

$\to x_۲ = \frac{۴-۲\sqrt{۶}}{۲}$ ✗

$\to x_۱ = ۲+\sqrt{۶} \to \log_۶^{(۲+\sqrt{۶}-۲)} \to \log_۶^{\sqrt{۶}} \to \boxed{+\frac{۱}{۲}}$

سوال ۸ ←

$\log_۳^۲ = \frac{۵}{۸}$ $\log_{۱۸}^{۸} = ?$

$\frac{\log_۳^۸}{\log_۳^{۱۸}} = \frac{\log_۳^{۲^۳}}{\log_۳^{۳^۲\times۲}} = \frac{\log_۳^{۲^۳}}{\log_۳^۲+\log_۳^۹} = \frac{۳\log_۳^۲}{۲+\log_۳^۲} \to \frac{۳\times\frac{۵}{۸}}{۲+\frac{۵}{۸}} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \boxed{\frac{۵}{۷}}$

سوال ۹ ←

$\log_۴^۳ = ۰٫۸$ $\log_{۱۲}^{۶} = ?$

$\log_{۱۲}^{۶} \to \frac{\log_۴^۶}{\log_۴^{۱۲}} \to \frac{\log_۴^۳ + \log_{۴}^{\cancel{۴}۲}}{\log_۴^۳ + \log_۴^۴} = \frac{۰٫۸ + \frac{۱}{۲}}{۰٫۸ + ۱} = \frac{۱٫۳}{۱٫۸} = \boxed{\frac{۱۳}{۱۸}}$

سوال ۱۰ ←

$(a\log ۲)x^۲ + ax + b\log ۲ = ۰ \to x = -۱ \to ax^۲+bx+c = ۰$

$\to a + c = b \to a\log ۲ + b\log ۲ = a \to b\log ۲ = a - a\log ۲$

$\to b\log ۲ = a(۱-\log ۲) \to \frac{b}{a} = \frac{۱-\log ۲}{\log ۲} \to \frac{\log ۱۰ - \log ۲}{\log ۲} = \frac{\log ۵}{\log ۲}$

$\to \log_۲^۵ \to (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = (\sqrt{۲})^{\log_۲^۵} \to (۵)^{\log_۲^{\sqrt{۲}}} \to (۵)^{\frac{۱}{۲}} = \boxed{\sqrt{۵}}$