باران میرشاه ولایتی - تکلیف شماره ۲۴ - یازدهم دختر C

۱-

$$x=۱ \longrightarrow ۱ = ۳^{A+B} \Rightarrow A+B=۰$$

$$x=۳ \longrightarrow ۹ = ۳^{۳A+B} \Rightarrow ۳A+B=۲ \xrightarrow{A=-B} B=-۱ \,,\, A=۱ \Rightarrow f(x) = ۳^{x-۱} \xrightarrow[x=۰]{} f(۰) = \frac{۱}{۳}$$

۲-

$$\log_{۲}^{(۴^x+۱۵)} = x+۳ \Rightarrow ۴^x+۱۵ = ۲^{x+۳} \longrightarrow ۲^{۲x} - ۸\cdot۲^x + ۱۵ = ۰ \xrightarrow{۲^x=t} t^۲ - ۸t + ۱۵ = ۰$$

$$(t-۳)(t-۵)=۰ \begin{cases} \nearrow ۳ \\ \searrow ۵ \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} ۲^x = ۳ \longrightarrow \log_{۲}^{۳} = x \\ ۲^x = ۵ \longrightarrow \log_{۲}^{۵} = x \end{cases}\right\} \xrightarrow{\oplus} \log_{۲}^{۳} + \log_{۲}^{۵} = \log_{۲}^{۵}$$

۳-

$$\left.\begin{aligned} &\log_{۲۱}^{۱۴۷} = \log_{۲۱}^{\frac{(۲۱)^۲}{۳}} \Rightarrow \log_{۲۱}^{۲۱^۲} - \log_{۲۱}^{۳} = ۲ - \log_{۲۱}^{۳} \\ &\log_{۲۱}^{۱۳۲۳} = \log_{۲۱}^{۲۱^۲\times۳} = ۲ + \log_{۲۱}^{۳} \end{aligned}\right\} \xrightarrow{\log_{۲۱}^{۳}=t} t^۲ + \underbrace{(۲-t)(۲+t)}_{۴-t^۲} = ۴$$

۴-

$$\log(x-۱)^۲ - \underbrace{۳\log(x-۱)}_{\log(x-۱)^۳} = ۵ \Rightarrow -\log_{۱۰}^{(x-۱)^۵} = ۵ \longrightarrow -(x-۱)^۵ = ۱۰^۵ \longrightarrow x = -۹$$

$$\log_{۳}^{-x} = \log_{۳}^{۹} = ۲$$

۵-

$$\log_{۲}^{(x^۲+۲x+۴)(x-۲)} = ۳ \Longrightarrow ۲^۳ = x^۳ - ۸ \longrightarrow x^۳ = ۱۶ \longrightarrow x = \sqrt[۳]{۱۶} = ۲^{\frac{۴}{۳}}$$

$$\log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^{\frac{۴}{۳}}} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۱}{۳}} = \boxed{۴}$$

۶-

$$\log^{(۲-x)} - \log \frac{۱}{(۲-x)^۲} = ۳ \Rightarrow ۳\log(۲-x) = ۳ \longrightarrow \log(۲-x) = ۱ \longrightarrow x = -۸$$

$$\frac{۱}{(۲-x)^۲} \longrightarrow (۲-x)^{-۲}$$

$$\log_{۲^{\frac{۱}{۳}}}^{۲^۳} = ۶$$

۷-

$$۳^{x^۲-۲} = ۳^{۴x} \longrightarrow x^۲ - ۴x - ۲ = ۰$$

$$\Delta = ۱۶ + ۸ = ۲۴ \longrightarrow x = \frac{۴ \pm \sqrt{۲۴}}{۲} = ۲ \underset{\substack{\downarrow \\ \text{غ‌ق‌ق}}}{\pm} \sqrt{۶} \Rightarrow \log_{۶}^{\sqrt{۶}} = \frac{۱}{۲}$$

۸-

$$\log_{۱۸}^{۸} = \frac{\log_{۳}^{۸}}{\log_{۳}^{۱۸\;۹\times۲}} = \frac{۳\log_{۳}^{۲}}{\log_{۳}^{۲} + ۲} = \frac{\frac{۱۵}{۸}}{\frac{۲۱}{۸}} = \frac{۱۵}{۲۱} = \frac{۵}{۷}$$

۹-

$$\frac{\log_{۴}^{۶}}{\log_{۴}^{۱۲}} = \frac{\overset{\frac{۱}{۲}}{\log_{۴}^{۲}} + \log_{۴}^{۳}}{\underset{۱}{\log_{۴}^{۴}} + \log_{۴}^{۳}} = \frac{\frac{۱}{۲} + ۰/۸}{۱ + ۰/۸} = \frac{۱/۳}{۱/۸} = \frac{۱۳}{۱۸}$$

۱۰-

چون یکی از ریشه‌ها ۱- هست

$$\xrightarrow[a+c=b]{\text{پس طبق}} a = \underbrace{a(\log ۲) + b\log ۲}_{\log ۲ \times (a+b)} \longrightarrow \log ۲ = \frac{a}{a+b} \xrightarrow{\text{معکوس}} \log_{۲}^{۱۰} = \frac{a+b}{a} = ۱ + \frac{b}{a}$$

$$\underbrace{\log_{۲}^{۱۰} - ۱}_{\log_{۲}^{۱۰} - \log_{۲}^{۲} = \log_{۲}^{۵}} = \frac{b}{a} \Longrightarrow (\sqrt{۲})^{\frac{b}{a}} = ۲^{\frac{۱}{۲} \times \log_{۲}^{۵}} \xrightarrow{\text{change}} ۵^{\frac{۱}{۲} \times \log_{۲}^{۲}} = \sqrt{۵}$$