۲۰

ترانه طاهریان - تکلیف ۲۴ - یازدهم دفتری

۱-

$$y = ۳^{Aa+B} \xrightarrow{(۱,۱)} ۱ = ۳^{A+B} \Rightarrow A+B = ۰$$
$$\xrightarrow{(۳,۹)} ۹ = ۳^{۳A+B} \Rightarrow ۳A+B = ۲$$
$$\Rightarrow ۲A = ۲ \Rightarrow A = ۱ \ , \ B = -۱$$
$$\xrightarrow{(۰,y)} y = ۳^{۱\times ۰ -۱} = ۳^{-۱} = \boxed{\frac{۱}{۳}}$$

۲-

$$\log_۲^{(۴^x+۱۵)} = x+۳ \Rightarrow ۲^{x+۳} = ۴^x + ۱۵$$
$$(۲^۲)^x = ۲^{۲x}$$
$$\Rightarrow ۲^{x+۳} - ۲^{۲x} = ۱۵ \Rightarrow ۲^x(۲^۳ - ۲^x) = ۱۵ \xrightarrow{۲^x = t}$$
$$t(۸-t) = ۱۵ \Rightarrow t^۲ - ۸t + ۱۵ = ۰ \Rightarrow (t-۳)(t-۵) = ۰$$
$$t = ۳ \Rightarrow ۲^x = ۳ \Rightarrow x = \log_۲^۳ \qquad \log_۲^۳ + \log_۲^۵ = \boxed{\log_۲^{۱۵}}$$
$$t = ۵ \Rightarrow ۲^x = ۵ \Rightarrow x = \log_۲^۵$$

۳-

$$(\log_{۲۱}^۳)^۲ + \log_{۲۱}^{(۱۴۷)} \log_{۲۱}^{(۱۳۲۳)}$$
$$۱۴۷ \to ۴۹\times ۳ \qquad ۱۳۲۳ \to ۲۷\times ۴۹$$
$$\log_{۲۱}^{۳^۳\times ۷^۲} = ۲\log_{۲۱}^۷ + ۳\log_{۲۱}^۳$$
$$\log_{۲۱}^{۷^۲\times ۳} = ۲\log_{۲۱}^۷ + \log_{۲۱}^۳$$
$$\log_{۲۱}^{۲۱ \to ۳\times ۷} = \log_{۲۱}^۳ + \log_{۲۱}^۷ \xRightarrow{\log_{۲۱}^۳ = a} \log_{۲۱}^۷ = ۱-a$$
$$\Rightarrow a^۲ + (۲-۲a+a)(۲-۲a+۳a) = a^۲ + \underbrace{(۲-a)(a+۲)}_{۴-a^۲}$$
$$= a^۲ + ۴ - a^۲ = \boxed{۴}$$

s.a.m

$$\log(\underbrace{x^2-2x+1}_{(x-1)^2}) + \underbrace{3\log(1-x)}_{\log(1-x)^3} = 5 \Rightarrow \log (x^2-2x+1)(1-x)^3 = 5$$ -4

$$\Rightarrow \log_{10} (1-x)^5 = 5 \Rightarrow 10^5 = (1-x)^5 \Rightarrow 1-x = 10 \Rightarrow$$

$$x = -9 \qquad \log_3^{-x} = \log_3^{9} = \boxed{2}$$

$$\log_2 (x^2+2x+4) + \log_2 (x-2) = 3 \Rightarrow \log_2 (x-2)(x^2+2x+4) = 3$$ -5

$$\Rightarrow \log_2 x^3 + \cancel{2x^2} + \cancel{4x} - \cancel{2x^2} - \cancel{4x} - 8 = 3 \Rightarrow x^3 - 8 = 8$$

$$\Rightarrow x^3 = 16 \Rightarrow x = \sqrt[3]{16} = 2^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_{\sqrt[3]{2}} x = \log_{2^{\frac{1}{3}}} x^{\frac{4}{3}} = \boxed{4} \qquad \frac{2-x}{\frac{1}{(x-2)^2}} = (2-x)^3$$

$$\log(2-x) - \log \frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log_{10} \frac{2-x}{\frac{1}{(x-2)^2}} = 3$$ -6

$$\Rightarrow 10^3 = (2-x)^3 \Rightarrow 2-x = 10 \Rightarrow x = -8 \qquad \log_{\sqrt{2}}^{-x} = \log_{\sqrt{2}}^{8} = \boxed{6}$$

$$3^{x^2-2} = (3^4)^x = 3^{4x} \Rightarrow x^2-2 = 4x \Rightarrow x^2-4x-2 = 0$$ -7

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{6}}{2} = 2 \pm \sqrt{6} \qquad \log_6^{(x-2)} =$$

غ.ق.ق

$$\log_6 \pm\sqrt{6} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

s.a.m

۸-

$$\log_{18} 8 = \frac{\log_3 \overset{2^3}{8}}{\log_3 \underset{3^2\times 2}{18}} = \frac{3\log_3 2}{2\cancel{\log_3 3} + \log_3 2} = \frac{\frac{15}{8}}{2+\frac{5}{8}}$$

$$= \frac{15}{21} = \boxed{\frac{5}{7}}$$

۹-

$$\log_{12} 6 = \frac{\log_4 \overset{3\times 2}{6}}{\log_4 \underset{3\times 4}{12}} = \frac{\log_4 3 + \log_4 2}{\log_4 4 + \log_4 3} = \frac{0.8 + 0.5}{1+0.8} = \frac{1.3}{1.8} = \boxed{\frac{13}{18}}$$

۱۰-

$$(a\log 2)x^2 + ax + b\log 2 = 0$$

یکی از ریشه‌ها ۱- است $\Leftarrow a+c=b$

$$a\log 2 + b\log 2 = a \Rightarrow a - a\log 2 = b\log 2$$

$$\Rightarrow a(1-\log 2) = b\log 2 \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1-\log 2}{\log 2} = \frac{\log 5}{\log 2}$$

$$\log_{10} 10 - \log_{10} 2 = \log_{10} 5$$

$$= \log_2 5$$

$$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}} = 2^{\frac{1}{2}\times\frac{b}{a}} = 2^{\frac{1}{2}\log_2 5} = 5^{\frac{1}{2}\log_2 2} = 5^{\frac{1}{2}} = \boxed{\sqrt{5}}$$