نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲..... کلاس .....

۱	$f(x)=۳^{Ax+B}$, $y=x^۲$ → مثلاقی: $x=۱$ و ۳ $۳^{Ax+B}=x^۲ \xrightarrow{x=۱} ۳^{A+B}=۱ \Rightarrow ۳^{A+B}=۳^۰ \Rightarrow A+B=۰$ $\xrightarrow{x=۳} ۳^{۳A+B}=۹=۱ \Rightarrow ۳^{۳A+B}=۳^۲ \Rightarrow ۳A+B=۲$ $۲A=۲ \rightarrow A=۱$ ✓ ، $B=-۱$ ✓ ✓ $f(x)=۳^{x-۱} \Rightarrow x=۰ \Rightarrow f(x)=۳^{-۱} \Rightarrow f(x)=\frac{۱}{۳}$ گزینه ج
۲	$\log_۲^{(۲^x+۱۵)}=x+۲ \Rightarrow ۲^{x+۲}=۲^x+۱۵ \Rightarrow ۲^{x+۲}=۲^{۲x}+۱۵ \Rightarrow ۲^{x+۲}-۲^{۲x}=۱۵ \Rightarrow ۲^x(۲^۲-۲^x)=۱۵$ $t(۸-t)=۱۵ \Rightarrow -t^۲+۸t=۱۵ \rightsquigarrow t^۲-۸t+۱۵=۰ \rightsquigarrow (t-۳)(t-۵)=۰ \begin{cases} t=۳ \rightarrow ۲^x=۳ \Rightarrow x=\log_۲^۳ \\ t=۵ \rightarrow ۲^x=۵ \Rightarrow x=\log_۲^۵ \end{cases}$ (t=۲^x) $\alpha+\beta=\log_۲^۳+\log_۲^۵=\log_۲^{۱۵}$ → گزینه ج
۳	$(\log_{۱۲}^۳)^۲+\log_{۱۲}^{(۱۲۷)}\log_{۱۲}^{(۱۲×۳×۳)} \Rightarrow (\log_{۱۲}^۳)^۲+(\log_{۱۲}^{۳^۲}+\log_{۱۲}^۳)\times(\log_{۱۲}^{۳^۳}+\log_{۱۲}^{۲^۲}) \Rightarrow$ $(\underbrace{\log_{۱۲}^۳}_{t})^۲+(۲\underbrace{\log_{۱۲}^۷}_{(۱-t)}+\log_{۱۲}^۳)\times(۳\log_{۱۲}^۳+۲\underbrace{\log_{۱۲}^۷}_{۱-t}) \Rightarrow t^۲+(۲-۲t+t)(۳t+۲-۳t)=t^۲+(۲-t)(۲+t)$ $\Rightarrow t^۲+۴-t^۲=۴$ → گزینه ۴ $\log_{۱۲}^۷=\log_{۱۲}^{۱۲}-\log_{۱۲}^۷=\log_{۱۲}^۳ \rightarrow \log_{۱۲}^۷=۱-t$
۴	$\log(x^۲-۲x+۱)+۳\log(۱-x)=۵ \Rightarrow \log(۱-x)^۲+۳\log(۱-x)=۵ \Rightarrow ۲\log(۱-x)+۳\log(۱-x)=۵$ $\Rightarrow ۵\log(۱-x)=۵ \Rightarrow \log(\underbrace{۱-x}_{۱۰})=۱ \Rightarrow ۱-x=۱۰ \Rightarrow -x=۹ \Rightarrow x=-۹$ ✓ $\log_۳^{(-x)} \overset{✓}{=} \log_۳^{(-(-۹))}=\log_۳^۹=۲$ گزینه ج
۵	$\log_۲^{(x^۲+۲x+۴)}+\log_۲^{(x-۲)}=۳ \Rightarrow \log_۲^{(x^۲+۲x+۴)(x-۲)}=\log_۲^۸ \Rightarrow (x^۲+۲x+۴)(x-۲)=۸ \Rightarrow$ $x^۳-۲x^۲+۲x^۲-۴x+۲x-۸=۸ \Rightarrow x^۳=۱۶ \Rightarrow x=\sqrt[۳]{۱۶}$ ✓ $\log_{\sqrt{۲}}^x \overset{✓}{\Rightarrow} \log_{۲^{\frac{۱}{۲}}}^{۱۶} \Rightarrow ۱۱\log_۲^{۱۶}=۱×۴=۴$ گزینه ۱

۶

$\log_{10}(x-2) - \log_{10}\frac{1}{(x-2)^2} = 3 \Rightarrow \log_{10}^{(x-2)\times(x-2)^2} = \log_{10}(x-2)^3 = 3$

$\Rightarrow (x-2)^3 = 10^3 \Rightarrow x-2=10 \Rightarrow x=12$ (ج)

$\log_{\sqrt{2}}^{(x)} = \log_{2^{\frac{1}{2}}}^{2^4} = 4\log_2^2 = 4\times 1 = 4$ (ج) جواب

۷

$3^{x^2-2} = 81^x \Rightarrow 3^{x^2-2} = 3^{4x} \Rightarrow x^2-2 = 4x \Rightarrow x^2-4x-2=0 \rightarrow x = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow$

$\Delta = b^2-4ac = 16-(\underbrace{4}_{-2}\times 1\times -2) = 24,\ \sqrt{\Delta} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6} \Rightarrow x = \frac{4\pm 2\sqrt{6}}{2}$ ✓ $x = 2+\sqrt{6}$ ، ✗ $x = 2-\sqrt{6}$ ج‌ق‌ن

$\log_6^{(x-2)} + \log_4^{(x+2\sqrt{6})} = \log_4^{\frac{1}{2}} + \log_4^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_4^4 = \frac{1}{2}$ (ج) جواب

۸

$\log_3^2 = \frac{a}{b}$ ، $\log_{12}^{1} = 0 \rightarrow \log_2^3 = \frac{b}{a}$ (ب)

$\log_{12}^8 \Rightarrow \frac{\log_2^8}{\log_2^{12}} = \frac{\log_2^{(4)}}{\log_2^{(3)}\times 4} = \frac{3}{\log_2^3+\log_2^4} = \frac{3}{\frac{b}{a}+2} = \frac{3}{\frac{b+2a}{a}} = \frac{3a}{b+2a} = \frac{3\times 8}{24}$ (ج) جواب

۹

$\log_4^3 = 0.18 \Rightarrow \log_c^4 = \frac{1}{18} \Rightarrow 2\log_3^2 = \frac{1}{18} \Rightarrow \log_c^2 = \frac{1}{36}$ ، $\log_4^c = \frac{36}{25}$

$\log_{36}^6 = \frac{\log_2^{(6)}\times 2}{\log_2^{(36)}} = \frac{\log_2^2+\log_2^3}{\log_2^4+\log_2^9} = \frac{1+\frac{25}{36}}{2+\frac{25}{18}} = \frac{\frac{61}{36}}{\frac{61}{18}} = \frac{61\times 18}{36\times 61} = \frac{1}{2}$ (ج) جواب

۱۰

$(a\log 2)u^2 + au + b\log 2 = 0 \xrightarrow{u=-1} (a\log 2) - a + b\log 2 = 0 \Rightarrow b\log 2 = a-(a\log 2)$

$\Rightarrow b\log 2 = a(1-\log 2) \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{1-\log 2}{\log 2} = \frac{\log_{10}^{10}-\log_{10}^2}{\log 2} = \frac{\log_{10}^{\frac{10}{2}}}{\log_{10}^2} = \log_2^5$ (ب)

$(\sqrt{2})^{\frac{b}{a}}$ (ب) $= (\sqrt{2})^{\log_2^5} \Rightarrow 5^{\log_2^{\sqrt{2}}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$ (ج) جواب