نام و نام خانوادگی: دلاوادسی   تکلیف ۲۵   یازدهم دفتر C

۱) $y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$, $b + c = -\frac{3}{2}$ (1)

$\left|\begin{smallmatrix}0\\2\end{smallmatrix}\right. \rightarrow 2 = 1 - \log_c^{-b} \Rightarrow \log_c^{-b} = -1 \Rightarrow b = -\frac{1}{c} \xrightarrow{(1)} c - \frac{1}{c} = -\frac{3}{2} \rightarrow \frac{c^2-1}{c} = -\frac{3}{2}$

$2c^2 - 3c - 2 = 0$

$\xrightarrow{\text{روش}} c^2 - 3c - 4 = 0 \Rightarrow (c-4)(c+1) = 0$

$\rightarrow c_1 = \frac{4}{2} = 2 \,]\, *$

$\rightarrow c_2 = -\frac{1}{2} \rightarrow$ باتوجه به دامنه غ ق ق

$\xrightarrow{*} b = -\frac{1}{c} = -\frac{1}{2} \,]\, **$

$\xrightarrow{*,**} y = 1 - \log_2^{(ax+\frac{1}{2})} \quad \left|\begin{smallmatrix}-\frac{3}{2}\\0\end{smallmatrix}\right. \longrightarrow 0 = 1 - \log_2^{(\frac{3}{2}a+\frac{1}{2})}$

$\longrightarrow 2 = \frac{3}{2}a + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{3}{2} = \frac{3}{2}a \Rightarrow a = 1 \,]\, ***$

درنهایت $(***, **, *)$: $(a+c)^b = (1+2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \,]$

۲) $f(x) = 1 + c \times 3^{a+bx}$

$\left|\begin{smallmatrix}0\\2/3\end{smallmatrix}\right. \rightarrow f(0) = 1 + c \times 3^a = \frac{2}{3} \Rightarrow c \times 3^a = -\frac{1}{3} \xRightarrow{\times 3} c \times 3^{(a+1)} = -1 \Rightarrow c = -3^{(-a-1)}$ (1)

$\xrightarrow{(1)} f(x) = 1 - 3^{(bx-1)}$ (2)

$\left|\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}\right. \rightarrow f(1) = 1 - 3^{(b-1)} = 0 \Rightarrow 3^{(b-1)} = 0 \Rightarrow b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 \,] \xRightarrow{(2)} f(x) = 1 - 3^{x-1}$ (3)

$\xRightarrow{(3)} f(-1) = 1 - 3^{-2} = \frac{9}{9} - \frac{1}{9} = \frac{8}{9} \,]$

۳) $y = c + \log_5^{(ax+b)}$

$\left|\begin{smallmatrix}0\\2\end{smallmatrix}\right. \rightarrow 2 = c + \log_5^b \Rightarrow \boxed{b = 5^{(2-c)}}\, * \Rightarrow y = c + \log_5^{(ax + 5^{2-x})}$ (1)

$\left|\begin{smallmatrix}24/10\\0\end{smallmatrix}\right. \xrightarrow{(1)} 0 = c + \log_5^{(\frac{24}{10}a + 5^{2-c})} \longrightarrow 5^{-c} = \frac{24}{10}a + 5^{2-c} \rightarrow \frac{24}{10}a = 5^{(2-c)} - 5^{-c}$

$\rightarrow \frac{24}{10}a = 5^{2-c}(\underbrace{\cancel{1-25}}_{-24}) \Rightarrow 5^{2-c} = -\frac{1}{10}a \rightarrow \boxed{a = 5^{2-c} \times -10}\, **$

$\xrightarrow{*,**} \frac{a}{b} = \frac{5^{2-c} \times -10}{5^{2-c}} = -10 \,]$

۴) $f(x) = \log_4^{(|x^2-2| - x)} \xrightarrow{\text{دامنه}} |x^2-2| - x > 0 \Rightarrow |x^2-2| > x$

مثبت و مخالف یک است

$\rightarrow x^2 - 2 > x \Rightarrow x^2 - x - 2 > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0$

	-1		2	
$+$		$-$		$+$

$x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$ (I)

$\rightarrow x^2 - 2 < -x \Rightarrow x^2 + x - 2 < 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) < 0$

	-2		1	
$+$		$-$		$+$

$x \in (-2, 1)$ (II)

$\xRightarrow{(I \cap II)} D_f = (-2, -1) \,]$

۵) $f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow 2 + 2^{b+a} = 10 \Rightarrow b + a = 3$ (1)

$\xrightarrow{x=1} 2 + 2^{b-a} = \cancel{-1-3}^{\,4} + 8 \Rightarrow b - a = 1$ (2)

$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} b + a = 3 \\ b - a = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \left.\begin{matrix} b = 2 \\ a = 1 \end{matrix}\right] *$

$\xrightarrow{*} 2b - a = 2 \times 2 - 1 = 3 \,]$

۶) $x=۱ \to f(۱) = -۲ + ۲^{-A-B}$, $y = ۱-۱ = ۰$ $\Big\} \to ۲^{-A-B} = ۲ \Rightarrow A+B = -۱ \quad (I)$

$x = ۲ \to f(۲) = -۲ + ۲^{-۲A-B}$, $y = ۴-۲ = ۲$ $\Big\} \to ۲^{-۲A-B} = ۴ \Rightarrow ۲A+B = -۲ \quad (II)$

$\xrightarrow{(I),(II)} \begin{cases} A+B=-۱ \\ ۲A+B=-۲ \end{cases} \Rightarrow A=-۱,\ B=۰ \Rightarrow f(x) = -۲ + {}^{۱}\!/_{۲}{}^{(-x)} = -۲ + ۲^{x}$

$\Rightarrow f(۳) = -۲ + ۸ = ۶$

---

۷) $m(t) = m_۰ (۱-r)^t \to {}^{۱}\!/_{۶}\, m_۰ = m_۰ (\frac{۸}{۹})^t \Rightarrow \log_{۸/۹}{}^{۱/۶} = t \to t = -\log_{۸/۹} ۶$

$\log_{۲} ۵ = ۲٫۴ \Rightarrow \log_{۵} ۲ = \frac{۱۰}{۲۴}$, $\log_{۳} ۵ = ۱٫۴ \Rightarrow \log_{۵} ۳ = \frac{۱۰}{۱۴}$ $\Big\} \to t = -\frac{\log_{۵} ۶}{\log_{۵} ۸/۹} = -\frac{\log_{۵} ۳ + \log_{۵} ۲}{\log_{۵} ۸ - \log_{۵} ۹} = -\frac{\log_{۵} ۳ + \log_{۵} ۲}{۳\log_{۵} ۲ - ۲\log_{۵} ۳}$

$\xrightarrow{\text{جایگذاری}} -\frac{۱۰/۲۴ + ۱۰/۱۴}{\frac{۱۰}{۸} - \frac{۱۰}{۷}} = \frac{۹۵/۸۴}{\frac{۱۰}{۵۶}} = \frac{۵۳۲}{۸۴}$ (ساعت)

$\to \frac{۵۳۲}{۸۴} \times ۶۰ = ۳۸۰$ دقیقه

---

۸) $۱۲٫۵\% = \frac{۱۲۵}{۱۰۰} = \frac{۱}{۸} \to m(t) = m_۰ (۱-r)^t \Rightarrow \frac{۱}{۷} \cancel{m_۰} = \cancel{m_۰} (\frac{۷}{۸})^t$ $\boxed{۸ \times ۷ = ۵۶ \text{ روز}}$

$\xrightarrow[\text{در پایه ۲}]{\text{لگاریتم}} \log_{۲} {}^{۱}\!/_{۷} = t \times \log_{۲} {}^{۷}\!/_{۸} \to -\log_{۲} ۷ = t \times (\log_{۲} ۷ - ۳) \Rightarrow t = \frac{\log_{۲} ۷}{۳ - \log_{۲} ۷} \xrightarrow{*} t = \frac{\frac{۸}{۳}}{\frac{۹}{۳} - \frac{۸}{۳}} = \underline{\underline{۸ \text{ هفته}}}$

$\xrightarrow{\text{محاسبه } \log_{۲} ۷} \log_{۲} ۳ = \frac{۱}{\log_{۳} ۲} \Rightarrow \log_{۳} ۲ = \frac{۱}{۱٫۶}$, $\log_{۷} ۳ = \frac{\log_{۲} ۳}{\log_{۲} ۷} \to ۰٫۶ = \frac{۱٫۶}{\log_{۲} ۷} \Rightarrow \log_{۲} ۷ = \frac{۱۶}{۶} = {}^{۸}\!/_{۳}$ (*)

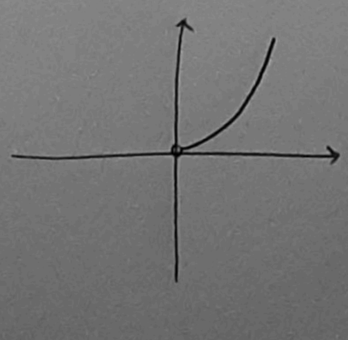
---

۹) غلظت: $C \to C(t) = C_۰ (۱ - \frac{۴}{۱۰۰})^t \to {}^{۱}\!/_{۳} = (\frac{۲۴}{۲۵})^t \to \log {}^{۱}\!/_{۳} = t \log {}^{۲۴}\!/_{۲۵}$

$\to t = \frac{-\log ۳}{\log ۲۴ - \log ۲۵} = \frac{-\log ۳}{(\log ۳ + ۳\log ۲) - \underbrace{۲\log ۵}_{۲(۱-\log ۲)}} = \frac{-۰٫۴۸}{(۰٫۴۸ + ۰٫۹) - ۲ \times (\underbrace{۱ - ۰٫۳}_{۰٫۷})} = \frac{-۰٫۴۸}{۱٫۳۸ - ۱٫۴} = \frac{۴۸}{۲} = ۲۴$ روز

---

۱۰) الف) $y = x^{\log_{۳} ۹} = x^۲ \leftarrow y = ۹^{\log_{۳} x} \to$ دامنه $x > ۰$



ب) $y = \log x^۲ = ۲\log x$ (دامنه $\mathbb{R} -$)