۲۰

لینا ابراهیمی - تکلیف شماره ی ۲۵

۱-

$\left|\begin{smallmatrix}1\\2\end{smallmatrix}\right. \to 1-\log_c^{-b} = 2 \to \log_c^{-b} = -1 \to -b = c^{-1}$

$\left|\begin{smallmatrix}-\frac{3}{2}\\0\end{smallmatrix}\right. \to 1-\log_c^{-\frac{3}{2}a-b} = 0 \to -\frac{3}{2}a-b = c \to -\frac{3}{2}a = b+c \Rightarrow a=1$ ۴

$b+c = -\frac{3}{2} \to -\frac{1}{c}+c = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{c^2-1}{c} = -\frac{3}{2} \Rightarrow 2c^2+3c-2=0 \to c=\frac{1}{2}$ ✓

غ $c=-2$ ✗

$-b = \frac{1}{c} \to b=-2 \qquad (a+c)b \Rightarrow (1+\frac{1}{2})\times -2 = -3$

۲-

$\left|\begin{smallmatrix}1\\0\end{smallmatrix}\right. \to 1+c\times 3^{a+b} = 0 \to c\times 3^{a+b} = -1$

$\left|\begin{smallmatrix}0\\\frac{2}{3}\end{smallmatrix}\right. \to 1+c\times 3^{a} = \frac{2}{3} \to c\times 3^{a} = -\frac{1}{3}$ $\quad \to 3^b = 3$, $b=1$ ۴

$f(x) = 1+c\times 3^a \times 3^x = 1-\frac{1}{3}\times 3^x$

$f(-1) = 1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3} = \frac{8}{9}$

۳-

$\left|\begin{smallmatrix}0\\2\end{smallmatrix}\right. \to c+\log_5^b = 2$

$\left|\begin{smallmatrix}2.4\\0\end{smallmatrix}\right. \to c+\log_5^{2.4a+b} = 0$

$\to \log_5^b - \log_5^{2.4a+b} = 2$ ۴

$\log_5^{\frac{b}{2.4a+b}} = 2 \to \frac{b}{2.4a+b} = 25 \to b = 60a+25b \Rightarrow 24b = -60a$

$\frac{a}{b} = -\frac{24}{60} = -\frac{2}{5}$

۴-

$|x^2-2|-x>0$

$|x^2-2|>x \to x^2-2>x \to x^2-x-2>0$

$x^2-2<-x \to x^2+x-2<0$ ۴

| −∞ | −1 | | 2 | +∞ |
|---|---|---|---|---|
| + | | − | | + |

| −∞ | −2 | | 1 | +∞ |
|---|---|---|---|---|
| + | | − | | + |

$-2 \quad -1 \quad 0 \quad 1 \quad 2$

$\boxed{D_f = (-\infty,1)\cup(2,+\infty)}$

۵-

$2+2^{b-a} = -1-3+8 \to 2^{b-a} = 2 \qquad b-a=1$

$f^{-1}(10) = -1 \to (-1,10) \longrightarrow 2+2^{b+a} = 10 \to 2^{b+a} = 8 \to b+a=3$ ۴

$$\begin{array}{l} b+a=3 \\ b-a=1 \\ \hline 2b=4 \to b=2,\ a=1 \end{array}$$

$2b-a = 2(2)-1 = 3$

۶-

$x^{۲} - x \rightarrow x = ۱ \rightarrow ۱ - ۱ = ۰ \quad (۱,۰)$

$\quad x = ۲ \rightarrow ۴ - ۲ = ۲ \quad (۲,۲)$

$(۱,۰) \rightarrow -۲ + (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۰ \rightarrow (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۲ \rightarrow A+B = -۱$

$(۲,۲) \rightarrow ۲ + (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۲ \rightarrow (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۴ \rightarrow ۲A+B = -۲$

$A = -۱ \quad B = ۰$

$f(x) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{-x} \rightarrow f(۳) = -۲(\frac{۱}{۲})^{-۳} = -۲ + ۸ = ۶$

۷-

$m = m_۰ \times (\frac{۸}{۹})^t$

$\frac{۱}{۶} m_۰ = m_۰ (\frac{۸}{۹})^t \rightarrow \frac{۱}{۶} = (\frac{۸}{۹})^t \rightarrow \log_۵^{\frac{۱}{۶}} = \log_۵^{(\frac{۸}{۹})^t}$

$\log_۵^۱ - \log_۵^۶ = t(\log_۵^۸ - \log_۵^۹) \Rightarrow -(\log_۵^۳ + \log_۵^۲) = t(۳\log_۵^۲ + ۲\log_۵^۳)$

$\log_۵^۳ = \frac{۱}{\log_۳^۵} = \frac{۱}{۱٫۴} = \frac{۵}{۷}$

$\log_۵^۲ = \frac{۱}{\log_۲^۵} = \frac{۱}{۲٫۴} = \frac{۵}{۱۲}$

$-(\frac{۵}{۷} + \frac{۵}{۱۲}) = t(۳ \times \frac{۵}{۱۲} + ۲ \times \frac{۵}{۷})$

$t = \frac{۱۹}{۳} \rightarrow t = \frac{۱۹}{\cancel{۳}} \times \frac{۶۰}{۲۰} = \boxed{۳۸۰ \text{ min}}$

۸-

$m = m_۰ \times (\frac{۷}{۸})^t$

$\frac{۱}{۷} m_۰ = m_۰ \times (\frac{۷}{۸})^t \rightarrow \frac{۱}{۷} = (\frac{۷}{۸})^t \Rightarrow \log_۳^{\frac{۱}{۷}} = \log_۳^{(\frac{۷}{۸})^t} \Rightarrow -\log_۳^۷ = t(\log_۳^۷ - \log_۳^۸)$

$\log_۳^۷ = \frac{۱}{\log_۷^۳} = \frac{۱}{۰٫۶} = \frac{۱۰}{۶}$

$\log_۳^۸ = ۳\log_۳^۲ = \frac{۳}{\log_۲^۳} = \frac{۳}{۱٫۶} = \frac{۱۵}{۸}$

$-\frac{۱۰}{۶} = t(\frac{۱۰}{۶} - \frac{۱۵}{۸}) \quad t = ۸$

$t = ۸ \times ۷ = \boxed{۵۶ \text{ day}}$

۹-

$A = A_۰ \times (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n$

$\frac{۱}{۳} A_۰ = A_۰ \times (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n = \frac{۱}{۳} = (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n \rightarrow \log_{۱۰}^{\frac{۱}{۳}} = \log_{۱۰}^{(\frac{۹۶}{۱۰۰})^n} \rightarrow -\log ۳ = n(\log \frac{۹۶}{۱۰۰})$

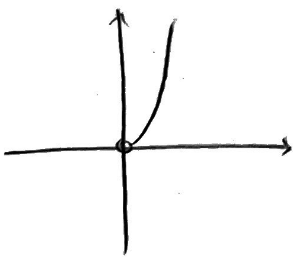
$-\log ۳ = n(۵\log ۲ + \log ۳ - \log ۱۰۰) = -۰٫۴۸ = n(۵ \times ۰٫۳ + ۰٫۴۸ - ۲)$

$n = \frac{-۰٫۴۸}{-۰٫۰۲} = ۲۴$

۱۰-

الف) $y = ۹^{\log_۳^x} \rightarrow x^{\log_۳^۹} = x^۲$

$x > ۰ \rightarrow D_f = (۰,+\infty)$



ب) $y = \log x^۲$

| $x$ | $y$ |
|---|---|
| $-۱۰$ | $۲$ |
| $-\sqrt{۱۰}$ | $۱$ |
| $-۱$ | $۰$ |
| $\sqrt{۱۰}$ | $۱$ |
| $۱۰$ | $۲$ |