لیانا ابراهیمی - تکلیف شماره ی ۲۵

۱-

$1\,\Big|_{2}^{0} \to 1-\log_c^{-b} = 2 \to \log_c^{-b} = -1 \to -b = c^{-1}$

$1\,\Big|_{0}^{-3/2} \to 1-\log_c^{-\frac{3}{2}a-b} = 0 \to -\frac{3}{2}a-b=c \to -\frac{3}{2}a = b+c \Rightarrow a=1$

$b+c=-\frac{3}{2} \to -\frac{1}{c}+c=-\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{c^2-1}{c}=-\frac{3}{2} \Rightarrow 2c^2+3c-2=0 \to c=\frac{1}{2}$ ✓

یا $c=-2$ ✗

$-b=\frac{1}{c} \to b=-2 \qquad (a+c)b \Rightarrow (1+\frac{1}{2})\times -2 = -3$

۲-

$1\,\Big|_{0}^{1} \to 1+c\times 3^{a+b}=0 \to c\times 3^{a+b}=-1$

$1\,\Big|_{2/3}^{0} \to 1+c\times 3^{a}=\frac{2}{3} \to c\times 3^{a}=-\frac{1}{3}$

$\to 3^b=3$

$b=1$

$f(x)=1+c\times 3^a\times 3^x = 1-\frac{1}{3}\times 3^x$

$f(-1)=1\times\frac{1}{3}\times\frac{1}{3}=\frac{8}{9}$

۳-

$1\,\Big|_{2}^{0} \to c+\log_5^{b}=2$

$1\,\Big|_{0}^{2.4} \to c+\log_5^{2.4a+b}=0$

$\Big\} \to \log_5^{b}-\log_5^{2.4a+b}=2$

$\log_5^{\frac{b}{2.4a+b}}=2 \to \frac{b}{2.4a+b}=25 \to b=60a+25b \Rightarrow 24b=-60a$

$\frac{a}{b}=\frac{-24}{60}=-\frac{2}{5}$

۴-

$|x^2-2|-x>0$

$|x^2-2|>x \to x^2-2>x \to x^2-x-2>0$

-1		2	
+	-		+

$x^2-2<-x \to x^2+x-2<0$

-2		1	
+	-		+

-2 -1 0 1 2

$\boxed{D_f=(-\infty,1)\cup(2,+\infty)}$

۵-

$2+2^{b-a}=-1-3+8 \to 2^{b-a}=2 \qquad b-a=1$

$f^{-1}(10)=-1 \to (-1,10) \longrightarrow 2+2^{b+a}=10 \to 2^{b+a}=8 \to b+a=3$

$b+a=3$

$b-a=1$

$2b=4 \to b=2\ ,\ a=1$

$2b-a=2(2)-1=3$

۶-

$x^۲ - x \to x = ۱ \to ۱ - ۱ = ۰ \quad (۱,۰)$

یا $x = ۲ \to ۴ - ۲ = ۲ \quad (۲,۲)$

$(۱,۰) \to -۲ + (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۰ \to (\frac{۱}{۲})^{A+B} = ۲ \to A+B = -۱$

$(۲,۲) \to ۲ + (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۲ \to (\frac{۱}{۲})^{۲A+B} = ۴ \to ۲A+B = -۲$

$A = -۱ \quad B = ۰$

$f(x) = -۲ + (\frac{۱}{۲})^{-x} \to f(۳) = -۲(\frac{۱}{۲})^{-۳} = -۲ + ۸ = ۶$

۷-

$m = m_۰ \times (\frac{۸}{۹})^t$

$\frac{۱}{۴} m_۰ = m_۰ (\frac{۸}{۹})^t \to \frac{۱}{۴} = (\frac{۸}{۹})^t \to \log_۵ \frac{۱}{۴} = \log_۵ (\frac{۸}{۹})^t$

$\log_۵ ۱ - \log_۵ ۴ = t(\log_۵ ۸ - \log_۵ ۹) \Rightarrow -(\log_۵ ۲ + \log_۵ ۲) = t(۳\log_۵ ۲ + ۲\log_۵ ۳)$

$\log_۵ ۳ = \frac{۱}{\log_۳ ۵} = \frac{۱}{۱{,}۴} = \frac{۵}{۷} \qquad -(\frac{۵}{۷} + \frac{۵}{۱۲}) = t(۳ \times \frac{۵}{۱۲} + ۲ \times \frac{۵}{۷})$

$\log_۵ ۲ = \frac{۱}{\log_۲ ۵} = \frac{۱}{۲{,}۴} = \frac{۵}{۱۲} \qquad t = \frac{۱۹}{۳} \to t = \frac{۱۹}{\cancel{۳}} \times \frac{۶۰}{۲۰} = \boxed{۳۸۰ \text{ min}}$

۸-

$m = m_۰ \times (\frac{۷}{۸})^t$

$\frac{۱}{۷} m_۰ = m_۰ \times (\frac{۷}{۸})^t \to \frac{۱}{۷} = (\frac{۷}{۸})^t \Rightarrow \log_۳ \frac{۱}{۷} = \log_۳ (\frac{۷}{۸})^t \Rightarrow -\log_۳ ۷ = t(\log_۳ ۷ - \log_۳ ۸)$

$\log_۳ ۷ = \frac{۱}{\log_۷ ۳} = \frac{۱}{۰{,}۶} = \frac{۱۰}{۶} \qquad -\frac{۱۰}{۶} = t(\frac{۱۰}{۶} - \frac{۱۵}{۸}) \quad t = ۸$

$\log_۳ ۸ = ۳\log_۳ ۲ = \frac{۳}{\log_۲ ۳} = \frac{۳}{۱{,}۶} = \frac{۱۵}{۸} \qquad t = ۸ \times ۷ = \boxed{۵۶ \text{ day}}$

۹-

$A = A_۰ \times (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n$

$\frac{۱}{۳} A_۰ = A_۰ \times (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n = \frac{۱}{۳} = (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n \to \log_{۱۰} \frac{۱}{۳} = \log_{۱۰} (\frac{۹۶}{۱۰۰})^n \to -\log ۳ = n(\log \frac{۹۶}{۱۰۰})$

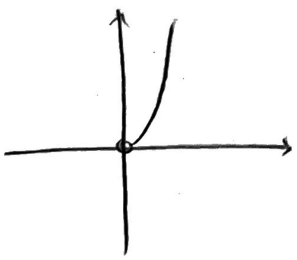
$-\log ۳ = n(۵\log ۲ + \log ۳ - \log ۱۰۰) = -۰{,}۴۸ = n(۵ \times ۰{,}۳ + ۰{,}۴۸ - ۲)$

$n = \frac{-۰{,}۴۸}{-۰{,}۰۲} = ۲۴$

۱۰-

الف) $y = ۹^{\log_۳ x} \to x^{\log_۳ ۹} = x^۲$

$x > ۰ \to D_f = (۰, +\infty)$



ب) $y = \log x^۲$

x	y
-۱۰	۲
$-\sqrt{۱۰}$	۱
-۱	۰
$\sqrt{۱۰}$	۱
۱۰	۲