۲۰

نام و نام خانوادگی ......بیتا دنیا دایی [illegible]............ پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره .۲۰..... کلاس .یازدهم.[illegible].

۱

$y = ۱ - \log_c^{(ax-b)} \quad , \quad b+c = -\frac{۳}{۲} \quad , \quad (a+c)b = ?$

* از روی نمودار دو نقطه را جایگذاری می‌کنیم:

$\xrightarrow{(۰,۲)} ۲ = ۱ - \log_c^{(a\times۰-b)} \Rightarrow -۱ = +\log_c^{-b} \Rightarrow c^{-۱} = -b \Rightarrow b = \overset{⊛}{-\frac{۱}{c}} \rightarrow \boxed{b=-۲}$

$b+c = -\frac{۳}{۲} \xrightarrow{⊛} -\frac{۱}{c} + c = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow \frac{-۱+c^۲}{c} = -\frac{۳}{۲} \Rightarrow -۲+۲c^۲ = -۳c \Rightarrow ۲c^۲+۳c-۲=۰ \xrightarrow[\text{دو طرف}]{\times ۲} c^۲+۳c-۴=۰$

$\Rightarrow (c+۲)(c-۱)=۰ \rightarrow c_۱=-۲$ غلط $,\ c_۲ = \frac{۱}{۲}$ ✓ → $c>۰$ → چون مبنای لگاریتم است → $\boxed{c=\frac{۱}{۲}}$ ✓*

$\xrightarrow[b=-۲, c=\frac{۱}{۲}]{(-۱/۵,۰)} ۰ = ۱ - \log_{\frac{۱}{۲}}^{(-۱/۵a+۲)} \Rightarrow ۱ = \log_{\frac{۱}{۲}}^{(-۱/۵a+۲)} \Rightarrow \frac{۱}{۲} = -۱/۵a+۲ \Rightarrow -\frac{۳}{۲} = -\frac{\cancel{۱۵}^{۳}}{\cancel{۱۰}_{۲}}a \Rightarrow \boxed{a=۱}$

$(a+c)b \Rightarrow (\frac{۱}{۲}+۱)\times-۲ = \frac{۳}{۲}\times-۲ = ③(-۳) \rightarrow$ جواب

۴

۲

$f(x) = ۱+c\times۳^{a+bx} \quad , \quad f(-۱) = ?$

* از روی نمودار دو نقطه را جایگذاری می‌کنیم:

$\xrightarrow{(۱,۰)} ۰ = ۱+c\times۳^{a+b}$

$\xrightarrow{(۰,\frac{۲}{۳})} \frac{۲}{۳} = ۱+c\times۳^{a} \xrightarrow{\div} \frac{-۱}{-\frac{۱}{۳}} = \frac{c\times۳^{a+b}}{c\times۳^{a}} \Rightarrow ۳ = ۳^{b} \Rightarrow \boxed{b=۱}$*

$\rightarrow ⊛\ c\times۳^{a} = -\frac{۱}{۳}$

$f(-۱) \xrightarrow{*} ۱+c\times۳^{a+(-۱\times۱)} \Rightarrow ۱+\frac{c\times۳^{a}}{۳} \xRightarrow{⊛} ۱+\frac{-\frac{۱}{۳}}{۳} = ۱-\frac{۱}{۹} = \frac{۸}{۹}$

← جواب

۴

۳

$y = c + \log_۵^{(ax+b)} \quad , \quad \frac{a}{b} = ?$

* از روی نمودار دو نقطه را جایگذاری می‌کنیم:

$\xrightarrow{(۰,۲)} ۲ = \cancel{c}+\log_۵^{b}$

$\xrightarrow{(۲/۴,۰)} -(۰ = \cancel{c}+\log_۵^{(۲/۴a+b)})$

$۲ = \log_۵^{b} - \log_۵^{۲/۴a+b} \Rightarrow ۲ = \log_۵^{\frac{b}{۲/۴a+b}} \Rightarrow \underset{۲۵}{۵^۲} = \frac{b}{۲/۴a+b} \Rightarrow ۶۰a+۲۵b = b \Rightarrow ۶۰a = -۲۴a$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{۲۴}{۶۰} = -\frac{۲}{۵} = -۰/۴$ ← جواب

۴

۴

$f(x) = \log_x^{(|x^۲-۲|-x)} \Rightarrow |x^۲-۲|-x>۰ \Rightarrow \underbrace{|x^۲-۲|}_{\text{همواره} +} > x \xrightarrow{⊛} (-\infty,۰]$ ①

← پس x می‌تواند صفر و اعداد منفی باشد ⊛

* حالا فرض می‌کنیم x ها مثبت و بزرگتر از صفر اند:

• $|x^۲-۲|>x \rightarrow x^۲-۲>x \Rightarrow x^۲-۲-x>۰ \Rightarrow (x-۲)\underbrace{(x+۱)}_{+}>۰$

← چون x>0 پس عبارت (x−2) مثبت است ⊛

↘ $x^۲-۲<x \Rightarrow x^۲-۲-x<۰ \Rightarrow \underbrace{(x+۲)}_{+}(x-۱)<۰$

← چون x>0 پس عبارت (x−1) منفی است ⊛

⊛ ↗ $x-۲>۰ \Rightarrow x>۲ \rightarrow (۲,+\infty)$ ②

↘ $x-۱<۰ \Rightarrow x<۱ \rightarrow (۰,۱)$ ③ ← چون x>0

$D_f = ① \cap ② \cap ③ = (-\infty,۱)\cup(۲,+\infty)$

← جواب

۴

۵

$f(x) = ۲+۲^{b-ax} \quad , \quad g(x) = -x^۲-۳x+۸ \quad , \quad f^{-۱}(۱۰) = -۱ \Rightarrow f(-۱) = ۱۰ \quad , \quad ۲b-a = ?$

$\xrightarrow{x=۱} ۲+۲^{b-a} = \underbrace{-۱-۳+۸}_{۴=۲^۲} \Rightarrow ۲^{b-a} = ۲^۱ \Rightarrow \boxed{b-a=۱}$

$f(-۱) = ۲+۲^{b+a} \Rightarrow ۱۰ = ۲+۲^{b+a} \Rightarrow ۸ = ۲^{b+a} \Rightarrow ۲^۳ = ۲^{b+a} \Rightarrow \boxed{b+a=۳}$

$\begin{cases} b-\cancel{a}=۱ \\ b+\cancel{a}=۳ \end{cases}$

$۲b=۴ \Rightarrow b=۲ \quad a=۱$

$۲b-a \xRightarrow[a=۱]{b=۲} ۴-۱ = ③$

← جواب

۴

$f(x) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{Ax+B} \quad , \quad y = x^۲ - x$

$\xrightarrow{x=۱} -۲ + ۲^{-A-B} = \underset{۰}{\cancel{۱-۱}} \Rightarrow ۲^{-A-B} = ۲^۱ \Rightarrow -A-B=۱ \Rightarrow -(A+B)=۱ \Rightarrow \boxed{A+B=-۱}$

$\xrightarrow{x=۲} -۲ + ۲^{-۲A-B} = \underset{۲}{\cancel{۴-۲}} \Rightarrow ۲^{-۲A-B} = ۴ \Rightarrow ۲^{-۲A-B} = ۲^۲ \Rightarrow \boxed{-۲A-B=۲}$ ۹

$\begin{cases} A+\cancel{B}=-۱ \\ -۲A-\cancel{B}=۲ \end{cases}$

$-A=۱ \Rightarrow A=-۱ \quad B=۰$

$f(x) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{Ax+B} \xrightarrow[B=۰]{A=-۱} f(x) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-x}$ *

$f(۳)=? \overset{*}{\Rightarrow} f(۳) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۳} = -۲+۸ = \textcircled{۶}$ جواب

۶

$m(t) = x \times \left(\frac{۸}{۹}\right)^{\frac{t}{۴۰}} = \frac{۱}{۴}x \Rightarrow \left(\frac{۸}{۹}\right)^{t/۴۰} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{t}{۴۰} = \frac{\log^{\frac{۱}{۴}}_{۵}}{\log^{\frac{۸}{۹}}_{۵}} = \frac{\log^۱_۵ - \log^۴_۵}{\log^۸_۵ - \log^۹_۵} = \frac{۰-\log^۳_۵-\log^۲_۵}{۳\log^۲_۵-۲\log^۳_۵}$ ۹

$= \frac{-\frac{۵}{۱۲} - \frac{۵}{۷}}{۳\times\frac{۵}{۱۲} - ۲\times\frac{۵}{۷}} = \frac{۱۹}{۲} \rightarrow t = \textcircled{۳۸۰ \text{ دقیقه}}$ جواب

$* \log^۲_۵ = \frac{۱}{\log^۵_۲} = \frac{۱}{۲٫۴} = \frac{۵}{۱۲}$

$* \log^۳_۵ = \frac{۱}{\log^۵_۳} = \frac{۱}{۱٫۴} = \frac{۵}{۷}$

۷

$m(t) = \cancel{x} \times \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} = \frac{۱}{۷}\cancel{x} \Rightarrow \left(\frac{۷}{۸}\right)^{\frac{t}{۷}} = \frac{۱}{۷} \Rightarrow \frac{t}{۷} = \log_{\frac{۷}{۸}}^{\frac{۱}{۷}} \Rightarrow \frac{t}{۷} = \frac{\log^{\frac{۱}{۷}}_{۳}}{\log^{\frac{۷}{۸}}_{۳}}$ $\frac{۱}{۸}$ = درصد ۱۲٫۵

$\Rightarrow \frac{t}{۷} = \frac{\log^۱_۳ - \log^۷_۳}{\log^۷_۳ - \log^۸_۳} = \frac{۰-\log^۷_۳}{\log^۷_۳ - ۳\log^۲_۳} = \frac{-\frac{۵}{۳}}{\frac{۵}{۳} - ۳\times\frac{۵}{۸}} = \frac{-\frac{۵}{۳}}{-\frac{۵}{۲۴}} = ۸ \Rightarrow t = ۸\times۷ = \textcircled{۵۶ \text{ روز}}$ جواب ۹

$* \log^۲_۳ = \frac{۱}{\log^۳_۲} = \frac{۱}{۱٫۶} = \frac{۵}{۸}$

$* \log^۷_۳ = \frac{۱}{\log^۳_۷} = \frac{۱}{۰٫۶} = \frac{۵}{۳}$

۸

$m(t) = \underset{\text{مقدار اولیه}}{\cancel{x}} \times \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^{t \rightarrow \text{زمان (روز)}} = \frac{۱}{۳}\cancel{x} \Rightarrow \left(\frac{۹۶}{۱۰۰}\right)^{t} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow t = \log_{\frac{۹۶}{۱۰۰}}^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow t = \frac{\log\frac{۱}{۳}}{\log\frac{۹۶}{۱۰۰}} = \frac{\log ۱ - \log ۳}{\log ۹۶ - \log ۱۰۰} = \frac{۰-\log ۳}{۵\log ۲ + \log ۳ - ۲}$

مقدار نهایی

$\Rightarrow ۹۶ = ۳\times۲^۵ \quad = \frac{-۰٫۴۸}{۱٫۵+۰٫۴۸-۲} = \frac{-۰٫۴۸}{-۰٫۰۲} = \textcircled{۲۴}$ جواب

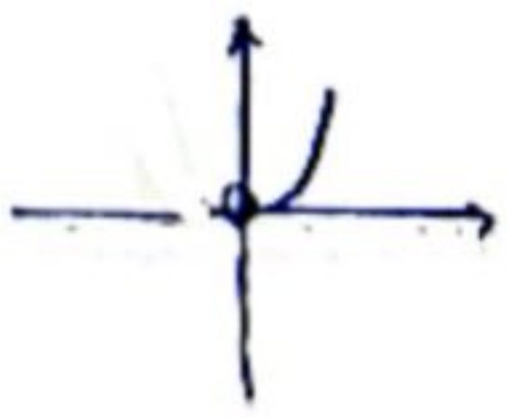
۹

۹

الف) $y = ۹^{\log^x_۳} \Rightarrow y = x^{\log^۹_۳} \Rightarrow y = x^۲$

$x>۰$

$D_f = (۰,+\infty)$



$\Rightarrow$ جواب

۹

ب) $y = \log x^۲ \Rightarrow y = ۲\log x$ ⑩

پس صعودی $۱۰>۰ \leftarrow$

$D_f = \mathbb{R} - \{۰\}$

$x^۲>۰ \rightarrow$ پس x مثبت و منفی هردو میتواند باشد

$y = \log^x_{۱۰}$

$y = ۲\log^x_{۱۰}$

$\Rightarrow$ جواب

۱۰