نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$y = 1 - \log_c^{(ax-b)}$ ، $b+c = -\frac{3}{2}$ ، $(a+c)b = ?$

$\xrightarrow{(0,2)} 2 = 1 - \log_c^{(ax-b)} \Rightarrow -1 = +\log_c^{-b} \Rightarrow c^{-1} = -b \Rightarrow b = -\frac{1}{c}$ ②

$b+c = -\frac{3}{2}$ ② $\Rightarrow -\frac{1}{c} + c = -\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{-1+c^2}{c} = -\frac{3}{2} \Rightarrow -2+2c^2 = -3c \Rightarrow 2c^2+3c-2=0 \xrightarrow{\times 2} c^2+3c-4=0$

$\Rightarrow (c+4)(c-1)=0 \rightarrow c_1 = -2$ غ ق ق ، $c_2 = \frac{1}{2}$ ✓ ← چون مبنای لگاریتم است ← $c = \frac{1}{2}$ ✓ *

$\xrightarrow[b=-2c=\frac{1}{2}]{(-1,0)} 0 = 1 - \log_{\frac{1}{2}}^{(-11a+2)} \Rightarrow 1 = \log_{\frac{1}{2}}^{(-11a+2)} \Rightarrow \frac{1}{2} = -11a+2 \Rightarrow -\frac{3}{2} = -\frac{33}{2}a \Rightarrow a = 1$

$(a+c)b \Rightarrow (\frac{1}{2}+1)\times -2 = -\frac{3}{2}\times -2 = 3$ ← جواب

۲

$f(x) = 1 + c \times 3^{ax+bx}$ ، $f(-1) = ?$

$\xrightarrow{(1,0)} 0 = 1 + c\times 3^{a+b} \xrightarrow{\div} \frac{-1}{-\frac{1}{3}} = \frac{c\times 3^{a+b}}{c\times 3^a} \Rightarrow 3 = 3^b \Rightarrow b=1$ *

$\xrightarrow{(0,\frac{2}{3})} \frac{2}{3} = 1 + c\times 3^a$ ← $(\pm) c\times 3^a = -\frac{1}{3}$

$f(-1) \xrightarrow{*} 1 + c\times 3^{a+(-1)\times 1} \Rightarrow 1 + \frac{c\times 3^a}{3} \xrightarrow{②} 1 + \frac{-\frac{1}{3}}{3} = 1 - \frac{1}{9} = \frac{8}{9}$ ← جواب

۳

$y = c + \log_a^{(ax+b)}$ ، $\frac{a}{b} = ?$

$\xrightarrow{(0,2)} 2 = c + \log_a^{b}$

$\xrightarrow{(2,4,0)} -(0 = c + \log_a^{(2,4a+b)})$

$2 = \log_a^{b} - \log_a^{2,4a+b} \Rightarrow 2 = \log_a^{\frac{b}{2,4a+b}} \Rightarrow a^2 = \frac{b}{2,4a+b} \Rightarrow 4a^2 + 2ab = b \Rightarrow 4a = -2b$

$\Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} = -0,5$ ← جواب

۴

$f(x) = \log_4^{(2x^2-x-1)} \rightarrow 2x^2-x-1 > 0 \xrightarrow{\text{حدود}} 2x^2-2 > x$ ② ، $(-\infty, -\frac{1}{2}]$ ①

← همین x ها می‌توانند صفر و همه‌ی اعداد منفی باشند ③

• حالا مخرج را کنیم مثبت و بزرگتر از صفر باشد: $2x^2-2 > x \Rightarrow x^2-2-x > 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) > 0$

← چون $x=0$ پس عبارت $(x-2)$ مثبت است ②

$2x^2-2 < x \Rightarrow x^2-2-x < 0 \Rightarrow (x+2)(x-1) < 0$

← چون $x=0$ پس عبارت $(x-1)$ منفی است ②

② ← $x-2 > 0 \Rightarrow x > 2 \rightarrow (2, +\infty)$ ④

② ← $x-1 < 0 \Rightarrow x < 1 \rightarrow (0,1)$ ③ ← چون $x>0$

$D_f = ① \cap ② \cap ④ = (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (2, +\infty)$ ← جواب

۵

$f(x) = 2 + 2^{b-ax}$ ، $g(x) = -x^2-3x+8$ ، $f^{-1}(10) = -1 \Rightarrow f(-1) = 10$ ، $2b-a = ?$

$\xrightarrow{x=1} 2 + 2^{b-a} = \underbrace{-1-3+8}_{4=2^2} \Rightarrow 2^{b-a} = 2^1 \Rightarrow b-a = 1$

$f(-1) = 2 + 2^{b+a} \Rightarrow 10 = 2 + 2^{b+a} \Rightarrow 8 = 2^{b+a} \Rightarrow 2^3 = 2^{b+a} \Rightarrow b+a = 3$

$\begin{cases} b-a = 1 \\ b+a = 3 \end{cases}$ ⊕

$2b = 4 \Rightarrow b = 2$

$a = 1$

$2b-a \xrightarrow[a=1]{b=2} 4-1 = 3$ ← جواب

۶

$f(u) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{Au+B}$ ، $y = u^۲ - u$

$\xrightarrow{u=۱} -۲ + ۲^{-A-B} = \fr�{۱}{۱} \Rightarrow ۲^{-A-B} = ۲^۱ \Rightarrow -A-B = ۱ \Rightarrow -(A+B) = ۱ \Rightarrow \boxed{A+B = -۱}$

$\xrightarrow{u=۲} -۲ + ۲^{-۲A-B} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۲^{-۲A-B} = \frac{۴}{۲} \Rightarrow ۲^{-۲A-B} = ۲^۲ \Rightarrow \boxed{-۲A-B = ۲}$

$\begin{cases} A+B=-۱ \\ -۲A-B=۲ \end{cases}$

$-A = ۱ \Rightarrow A = -۱$ ، $B = ۰$

$f(u) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{Au+B} \xrightarrow[B=۰]{A=-۱} f(u) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-u}$ ★

$f(c) = ؟ \Rightarrow f(۳) = -۲ + \left(\frac{۱}{۲}\right)^{-۳} = -۲ + ۸ = ۶$ جواب (۴)

۷

$m(t) = u \times \left(\frac{۵}{۹}\right)^{\frac{t}{۴۰}} = \frac{۱}{۲}u \Rightarrow \left(\frac{۵}{۹}\right)^{\frac{t}{۴۰}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \frac{t}{۴۰} = \frac{\log\frac{۱}{۲}}{\log\frac{۵}{۹}}$ ، $\frac{\log۱ - \log۲}{\log۸ - \log۹} = \frac{۰ - \log۲}{۳\log۲ - ۲\log۳}$

$= \frac{-\frac{۱۲}{۵} - \frac{۵}{۷}}{۳ \times \frac{۵}{۱۲} - ۲ \times \frac{۵}{۷}} = \frac{۱۹}{۲} \Rightarrow t = ۳۸۰$ دقیقه جواب

$\log۲ = \frac{۱}{\log۵} = \frac{۱}{۲٫۳۲} = \frac{۵}{۱۲}$ ★

$\log۳ = \frac{۱}{\log۵} = \frac{۱}{۱٫۴۶} = \frac{۵}{۷}$ ★

۸

$m(t) = ۱۰۰ \times \left(\frac{۳}{۸}\right)^{\frac{t}{۲}} = \frac{۱}{۵} \times ۱۰۰ \Rightarrow \left(\frac{۳}{۸}\right)^{\frac{t}{۲}} = \frac{۱}{۵} \Rightarrow \frac{t}{۲} = \log_{\frac{۳}{۸}}^{\frac{۱}{۵}} = \frac{\log\frac{۱}{۵}}{\log\frac{۳}{۸}}$

$\frac{۱}{۸}$ کمتر از ۱۲٫۵ درصد

$\Rightarrow \frac{t}{۲} = \frac{\log۱ - \log۵}{\log۳ - \log۸} = \frac{۰ - \log۵}{\log۳ - ۳\log۲} = \frac{-\frac{۷}{۵}}{\frac{۵}{۷} - ۳ \times \frac{۵}{۱۲}} = \frac{-\frac{۷}{۵}}{-\frac{۱۲}{۵}} = \frac{۷}{۱۲} \Rightarrow t = ۸ \times ۷ = ۵۶$ روز جواب

$\log_۳^۲ = \frac{۱}{\log۳} = \frac{۱}{۱٫۴۶} = \frac{۵}{۷}$ ★

$\log_۸^۷ = \frac{۱}{\log۷} = \frac{۱}{۲٫۸۱} = \frac{۵}{۱۴}$ ★

۹

$m(t) = ۱۰۰ \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^{\frac{t}{۱۰}}$ (m(t) مقدار باقی‌مانده) $= \frac{۱}{۳} \times ۱۰۰ \Rightarrow \left(\frac{۳}{۴}\right)^{\frac{t}{۱۰}} = \frac{۱}{۳} \Rightarrow \frac{t}{۱۰} = \log_{\frac{۳}{۴}}^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow t = \frac{\log\frac{۱}{۳}}{\log\frac{۳}{۴}} = \frac{\log۱ - \log۳}{\log۳ - \log۴} = \frac{۰ - \log۳}{۲\log۲ + \log۳ - ۲}$

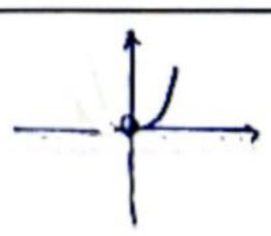
$\Rightarrow ۹۴ = ۲^۵ \times ۳ = \frac{-۱٫۴۸}{۲ - ۲٫۷۱۰ + ۱٫۴۸} = \frac{-۱٫۴۸}{-۰٫۴۵} = ۳۲$ جواب (۳۲)

۱۰

الف) $y = ۹^{\log_۳^u} \Rightarrow y = u^{\log_۳^۹ ۲} \Rightarrow y = u^۲$

$u > ۰$ ی

$\hookrightarrow D_f = (۰, +\infty)$



جواب ب

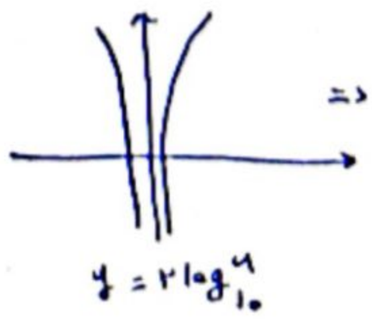
ب) $y = \log u^۲ \Rightarrow y = ۲\log u$ (۱۰)

$\log ۱۰ = ۱$ پس صعودی

$D_f = \mathbb{R} - \{۰\}$

$u^۲ > ۰ \rightarrow$ پس u مثبت و منفی حذف شد

$y = \log_{۱۰}^u$



$y = ۲\log_{۱۰}^u$

جواب ب