۱۵,۲۵

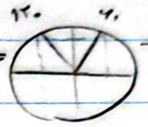
هلیا اسفندیاران

مثلث ABC با اضلاع ۶ و ۳√۳ و زاویه بین آنها (α)

$S = ۴,۵ \rightarrow S = \frac{1}{۲} ab \sin\alpha$

$\frac{\max\alpha}{\min\alpha} = ?$

$\underset{۹/۲}{۴,۵} = \frac{\overset{۳}{\cancel{۶}} \times \sqrt{۳}}{۲} \times \sin\alpha \rightarrow \frac{۳}{۲} = ۳\sqrt{۳} \sin\alpha \rightarrow \sin\alpha = \frac{\frac{۳}{۲}}{\sqrt{۳}}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲} = \alpha =$  $\rightarrow \sin\alpha$

۶

$\max\alpha = ۱۲۰°$

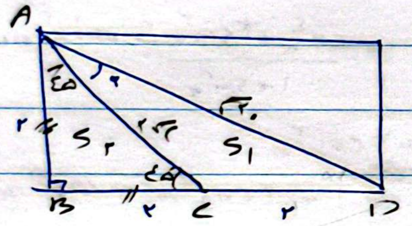
$\min\alpha = ۶۰°$

$\frac{۱۲۰}{۶۰} = ۲$

۲- $\cot\alpha = ?$

مثلث متساوی‌الساقین قائم الزاویه → مثلث ABC

AC میانه است پس ۲ مثلث هم‌مساحت



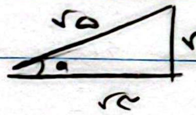
$S_1 = S_2$

$\cancel{\frac{1}{۲}} \times \underset{۲}{AB} \times \underset{۲\sqrt{۲}}{AC} \times \sin \underset{\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۴۵} = \cancel{\frac{1}{۲}} \times \underset{۲\sqrt{۲}}{AC} \times \underset{۲\sqrt{۵}}{AD} \sin\alpha$

۶

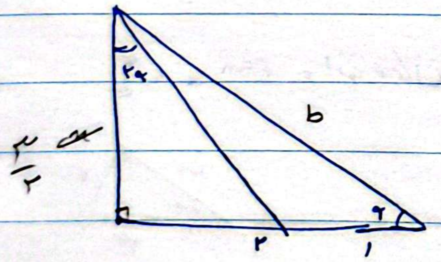
$\sqrt{۲} = \sqrt{۵} \sin\alpha$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۵}}$



$\rightarrow \cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۲}} = \sqrt{\frac{۳}{۲}}$

-۴



$\cot\alpha = ?$ $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} = \frac{\frac{۳}{b}}{\frac{۲}{b}} = \boxed{۲}$

$\tan ۲\alpha = \frac{۲}{x} \rightarrow \tan ۲\alpha = \frac{\overset{\frac{۲}{۳}x}{۲\tan\alpha}}{1 - \tan^2\alpha}$

$\tan\alpha = \frac{x}{۳}$ $1 - \frac{x^2}{۹}$

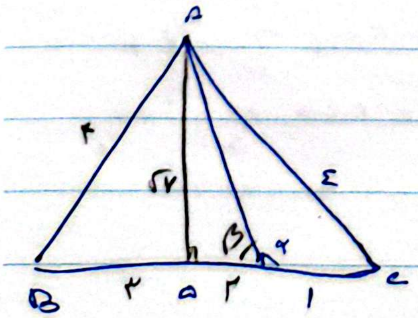
۶

$\frac{۲}{x} = \frac{\overset{۶x}{\frac{۲}{۳}x}}{\frac{۹ - x^2}{۹}} \rightarrow ۱۸ - ۲x^2 = ۶x^2 \rightarrow ۸x^2 = ۱۸ \rightarrow x = \sqrt{\frac{۹}{۴}} = \frac{۳}{۲}$

-

ABC = متساوی‌الساقین

$\tan\alpha = ?$ $\tan\alpha = -\tan\beta$



$\beta = ۱۸۰ - \alpha$

$\tan\beta = \frac{\sin\beta}{\cos\beta} = \frac{\sqrt{۷}}{۳} \rightarrow -\tan\beta = -\frac{\sqrt{۷}}{۳}$

۶

$۲)\ \tan(۴۵+\alpha) = ۲ = \frac{\tan\alpha + 1}{1 - \tan\alpha} \rightarrow \tan\alpha = \frac{1}{۳}$

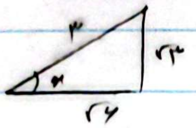
$\rightarrow \cot\alpha = ۳$

هادی صفریان

۵- $\tan^۲ x = ?\left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)^۲ = \left(\frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۶}}\right)^۲ = \left(\frac{\sqrt{۲}}{۲}\right)^۲ = \frac{۱}{۲}$ $\quad ۲\sin^۲ x + \cos^۲ x = \frac{۴}{۳}$

$\sin^۲ x + \underbrace{\sin^۲ x + \cos^۲ x}_{۱} = \frac{۴}{۳} \rightarrow \sin^۲ x = \frac{۱}{۳} \rightarrow \sin x = \pm\frac{\sqrt{۳}}{۳}$

۶



۶- ساده شده عبارت $\frac{\cos^۴\alpha + ۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha} - \frac{\sin^۴\alpha + ۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}$

$\sin^۴ x = (۱-\cos^۲ x)^۲ = ۱ - ۲\cos^۲ x + \cos^۴ x \xrightarrow{+۴\cos^۲ x} ۱ + ۲\cos^۲ x + \cos^۴ x = (\cos^۲ x + ۱)^۲$

$\cos^۴ x = (۱-\sin^۲ x)^۲ = ۱ - ۲\sin^۲ x + \sin^۴ x \xrightarrow{+۴\sin^۲ x} \sin^۴ x + ۲\sin^۲ x + ۱ = (\sin^۲ x + ۱)^۲$

۶

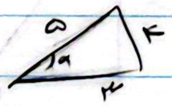
$\frac{(\cancel{\cos^۲ x + ۱})^۲}{\cancel{۱+\cos^۲ x}} - \frac{(\cancel{\sin^۲ x + ۱})^۲}{\cancel{۱+\sin^۲ x}} = \cos^۲ x \cancel{+۱} - \sin^۲ x \cancel{-۱} = \cos^۲ x - \sin^۲ x$

$= \cos ۲x$

۷- $\tan\alpha = \frac{۴}{۳}$ و انتهای کمان α در ربع سوم باشد

$\sin\left(\frac{۹\pi}{۲}+\alpha\right) \cos\left(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha\right) - \tan\left(\alpha - \frac{۳\pi}{۲}\right)$

$\sin\left(\frac{\pi}{۲}+\alpha\right) = \cos\alpha \quad \underbrace{\cos\left(\frac{\pi}{۲}-\alpha\right)}_{\sin\alpha} \quad + \cot\alpha$



۱

$\cos\alpha = -\frac{۳}{۵}$

$(\cos\alpha)(\sin\alpha) + \cot\alpha$

$\sin\alpha = -\frac{۴}{۵}$

$-\frac{۳}{۵} \times -\frac{\cancel{۴}}{۵} \times \frac{۳}{\cancel{۴}} = \boxed{\frac{۹}{۲۵}}$

۸- حاصل ۱۴۹ $(۳\cos ۴x + \sqrt{۲}\sin x - \sqrt{۲}\cos x)$ $\quad x = \frac{\pi}{۱۲}$

$۳\cos ۴x + \sqrt{۲}(\sin x - \cos x) = ۳\cos\left(\cancel{۴} \times \frac{\pi}{\cancel{۱۲}}\right) + ۲\sin\left(\frac{\pi}{۱۲} - \frac{\pi}{۴}\right)$ $\quad \frac{\pi}{۳} \quad -\frac{\pi}{۶}$

$(\sqrt{۲}\sin(x - \frac{\pi}{۴}))$ $\quad = ۲\sin\frac{\pi}{۶}$

۰,۵

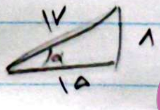
$۳\cos\frac{\pi}{۳} + ۲\sin\frac{\pi}{۶} = ۳ \times \frac{۱}{۲} + ۲ \times \frac{۱}{۲} = \frac{۳}{۲} + ۱ = \frac{۵}{۲}$

$\frac{\frac{۸}{۱۵} - \frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷} - \frac{۱۵}{۱۷}} = \frac{\frac{۱۶}{۱۵ \times \cancel{۱۷}}}{-\frac{۸}{\cancel{۱۷}}}$ $\boxed{-\frac{۳}{۵}}$ $\frac{\tan\alpha - \sin\alpha}{\sin\alpha - \cos\alpha}$ $\frac{-14}{105}$

$\tan\alpha > ۰ \rightarrow \sin\alpha \times \cos\alpha > ۰$

$\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = \frac{۱}{۴}$ ۹- ؟

$\tan\alpha = \frac{۲\tan\frac{\alpha}{۲}}{۱-\tan^۲\frac{\alpha}{۲}} \rightarrow \tan\alpha = \frac{۲ \times \frac{۱}{۴}}{۱ - \frac{۱}{۱۶}} = \frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}} = \boxed{\frac{۸}{۱۵}}$



۱,۷۵

REEF GROUP

حلها صفحه ۲۰

۱۰- $2\sin\alpha < \sin 2\alpha$ و $0 < \frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}$ انتهای کمان α در کدام ربع است؟ ربع چهارم

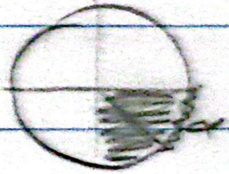
$2\sin\alpha < 2\sin\alpha\cos\alpha$

$-1 \leq \cos\alpha \leq 1$

$0 < \underbrace{2\sin\alpha}_{\ominus}\underbrace{(\cos\alpha - 1)}_{\ominus}$

$0 < \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$ ← منفی بوده است

همراه $\ominus$



۷) $\sin\left(\frac{9\pi}{2}+\alpha\right) = \cos\alpha$ $\qquad$ $\cos\left(\frac{7\pi}{2}-\alpha\right) = -\sin\alpha$

$\tan\left(\alpha - \frac{3\pi}{2}\right) = -\cot\alpha$

$\rightarrow \frac{-3}{5} \times \frac{4}{5} + \frac{3}{4} = \frac{27}{100}$

۸) $\frac{3}{2} + \sqrt{2}\underbrace{\left(\sin\frac{\pi}{12} + \cos\frac{\pi}{12}\right)}_{A}$ $\qquad$ $A^2 = 1 - \sin\frac{\pi}{4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \xrightarrow[A<0]{\sqrt{\ }} A = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$\frac{3}{2} + \sqrt{2} \times \frac{-1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$