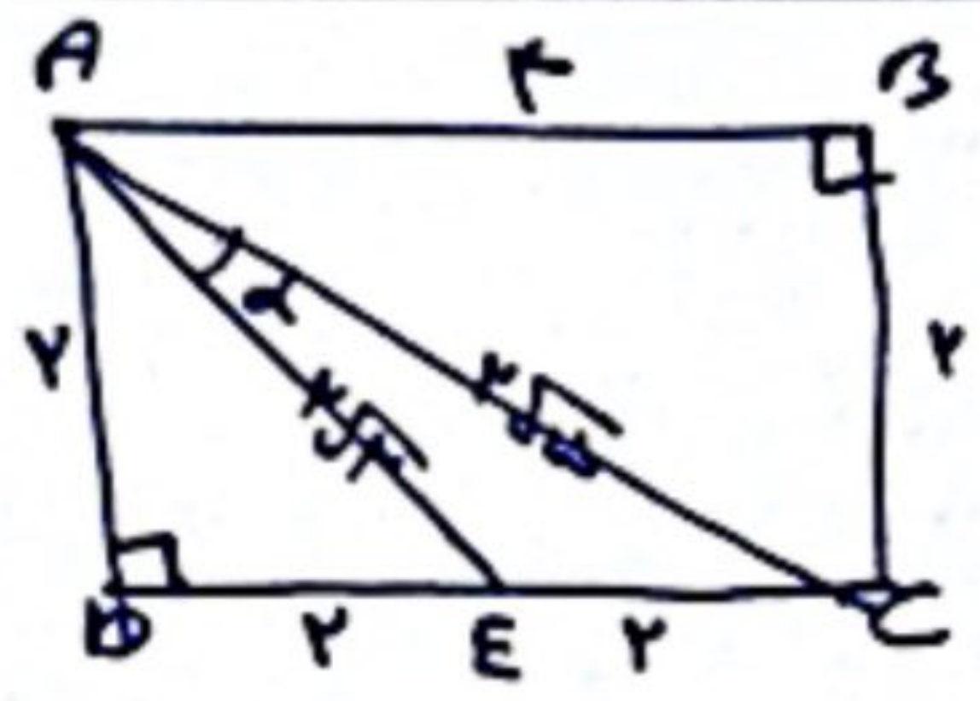
نام و نام خانوادگی ......مبینا دادجوی علی...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۲۷...... کلاس یازدهم ریاضی گروه پنجشنبه

۱

$S_{A\hat{B}C} = \frac{۱}{۲} \times AB \times AC \times \sin\alpha \Rightarrow ۴/۵ = \sqrt{۳} \times \cancel{۶}^{۳} \times \frac{۱}{\cancel{۲}} \times \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{۳}{۲\sqrt{۳}} \times \frac{\sqrt{۳}}{\sqrt{۳}} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$

$\Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ ↦ $\alpha = ۶۰^\circ$, ↳ $\alpha = ۱۲۰^\circ$ $\Rightarrow \frac{۱۲۰}{۶۰} = ②$ ⇐ جواب

۲



• در $A\hat{D}E$ فیثاغورس $\Rightarrow AE = \sqrt{AD^۲+ED^۲} \Rightarrow AE = \sqrt{۲\times۲^۲} = ۲\sqrt{۲}$

• در $A\hat{B}C$ فیثاغورس $\Rightarrow AC = \sqrt{AB^۲+AC^۲} \Rightarrow AC = \sqrt{۴^۲+۲^۲} = ۲\sqrt{۵}$

$S_{A\hat{E}C} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{۲} = \frac{EC \times AD}{۲} = \frac{۲\times۲}{۲} = ۲$ ⊛

$S_{A\hat{E}C} = \frac{۱}{۲} \times ۲\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۵} \times \sin\alpha \overset{⊛}{\Rightarrow} ۲ = \frac{۱}{\cancel{۲}} \times \underbrace{\cancel{۲}\sqrt{۲} \times ۲\sqrt{۵}}_{۲\sqrt{۱۰}} \times \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}$ ★

$\sin^۲\alpha + \cos^۲\alpha = ۱$

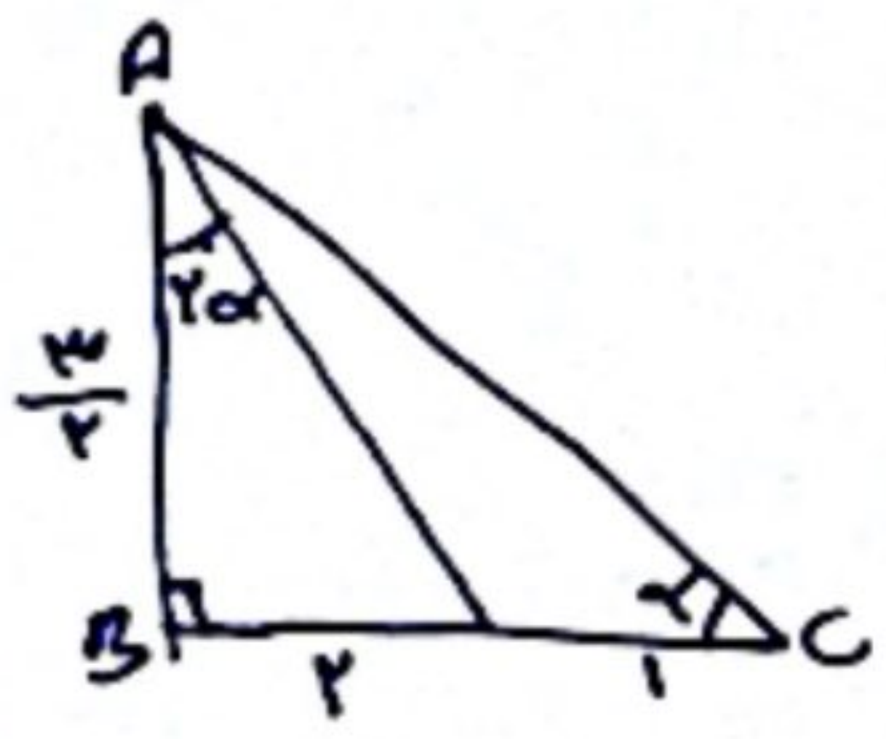
★ $\Rightarrow \left(\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}\right)^۲ + \cos^۲\alpha = ۱$

$\Rightarrow \cos\alpha = \pm\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}$ ★

\+ چون اضلاع یک مثلث نمی‌تواند منفی باشد

$\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha} \xrightarrow{★ ,★} \cot\alpha = \frac{\frac{۳}{\sqrt{۱۰}}}{\frac{\sqrt{۱۰}}{۱۰}} = \frac{۳۰}{۱۰} = ③$ → جواب

۳



• $\tan\alpha = \frac{AB}{BC} = \frac{AB}{۳}$ ⊛

• $\tan ۲\alpha = \frac{۲}{AB}$

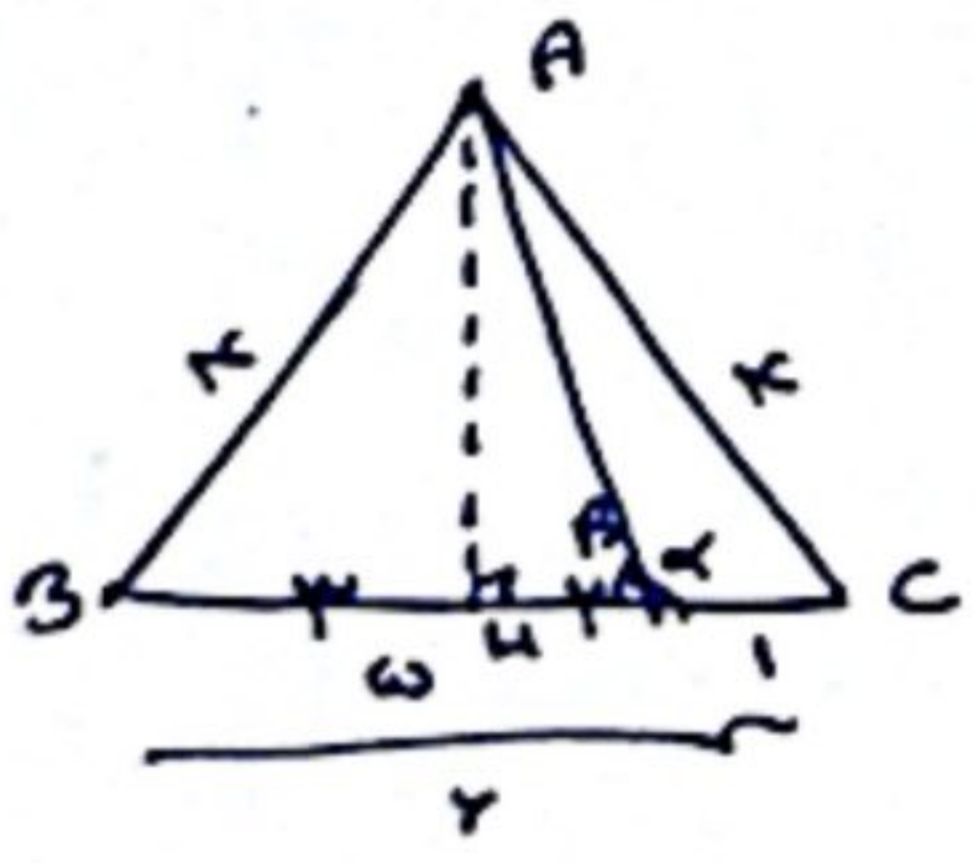
$\tan(۲\alpha) = \frac{۲\tan\alpha}{۱-\tan^۲\alpha} \overset{⊛}{\Rightarrow} \frac{۲}{AB} = \frac{\frac{۲AB}{۳}}{۱-\frac{AB^۲}{۹}} = \frac{\frac{۲AB}{۳}}{\frac{۹-AB^۲}{۹}} = \frac{۶AB}{۹-AB^۲} \Rightarrow \frac{\cancel{۲}}{AB} = \frac{\cancel{۶}^{۳}AB}{۹-AB^۲}$

$\Rightarrow ۳AB^۲ = ۹-AB^۲ \Rightarrow ۴AB^۲ = ۹ \Rightarrow AB^۲ = \frac{۹}{۴} \Rightarrow AB = \pm\frac{۳}{۲} \Rightarrow \cot\alpha = \frac{BC}{AB}$

\+ ضلع مثلث نمی‌تواند منفی باشد

$\Rightarrow \cot\alpha = \frac{۳}{\frac{۳}{۲}} = ②$ ↲ جواب

۴



$\alpha + \beta = ۱۸۰^\circ$

پس tan آن‌ها قرینه است ⊛

در مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه یکی است پس BH = HC

• در $A\hat{H}C$ فیثاغورس: $AC = \sqrt{AH^۲+HC^۲} \Rightarrow ۴ = \sqrt{AH^۲+۹} \Rightarrow AH^۲ = ۷ \Rightarrow AH = \sqrt{۷}$

$\overset{⊛}{\Rightarrow} \tan\alpha = -\tan\beta = -\tan(۱۸۰-\alpha) = \boxed{\frac{-\sqrt{۷}}{۲}}$ → جواب

۵

$۲\sin^۲u + \underset{\substack{\downarrow\\ ۱-\sin^۲u}}{\cos^۲u} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow ۲\sin^۲u + ۱ - \sin^۲u = \frac{۴}{۳} \Rightarrow \sin^۲u = \frac{۱}{۳}$ ⊛

$\overset{⊛}{\Rightarrow} \sin^۲u + \cos^۲u = ۱ \Rightarrow \frac{۱}{۳} + \cos^۲u = ۱ \Rightarrow \cos^۲u = \frac{۲}{۳}$ ★

⊛ , ★ $\Rightarrow \tan^۲u = \frac{\sin^۲u}{\cos^۲u} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۲}{۳}} = \boxed{\frac{۱}{۲}}$ → جواب

۶	$\frac{\sin^۴\alpha+۴\cos^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}-\frac{\cos^۴\alpha+۴\sin^۲\alpha}{۱+\sin^۲\alpha}=۲-\sin^۲\alpha-۲+\cos^۲\alpha=\cos^۲\alpha-\sin^۲\alpha=\boxed{\cos۲\alpha}$ ← جواب $\frac{\sin^۴\alpha+۴\overset{۱-\sin^۲\alpha}{\cos^۲\alpha}}{\underset{۱-\sin^۲\alpha}{۱+\cos^۲\alpha}}=\frac{\sin^۴\alpha+۴-۴\sin^۲\alpha}{۲-\sin^۲\alpha}=\frac{(۲-\sin^۲\alpha)^۲}{۲-\sin^۲\alpha}=۲-\sin^۲\alpha$ $\frac{\cos^۴\alpha+۴\overset{۱-\cos^۲\alpha}{\sin^۲\alpha}}{\underset{۱+\cos^۲\alpha}{۲+\sin^۲\alpha}}=\frac{\cos^۴\alpha+۴-۴\cos^۲\alpha}{۲-\cos^۲\alpha}=\frac{(۲-\cos^۲\alpha)^۲}{۲-\cos^۲\alpha}=۲-\cos^۲\alpha$ ★
۷	$\sin(\frac{۳\pi}{۲}+\alpha)\cos(\frac{۷\pi}{۲}-\alpha)-\tan(\alpha-\frac{۵\pi}{۲})\Rightarrow\cos\alpha\times-\sin\alpha-(-\cot\alpha)=-\cos\alpha\sin\alpha+\cot\alpha$ $\Rightarrow-\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۵}+\frac{۳}{۴}=\boxed{۹,۲۷}$ ← جواب $\cot\alpha=\frac{۱}{\tan\alpha}=\frac{۳}{۴}$ $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow۱+\frac{۱۶}{۹}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۳}{۵}$ ★ $\cos^۲\alpha+\sin^۲\alpha=۱\Rightarrow\frac{۹}{۲۵}+\sin^۲\alpha=۱\Rightarrow\sin\alpha=\frac{۴}{۵}$ ★
۸	$\sqrt{۲}(\sin u-\cos u)=\sqrt{۲}\times\sqrt{۲}\times\sin(\frac{\pi}{۱۲}-\frac{\pi}{۴})=۲\times\sin(-\frac{\pi}{۶})=-۱$ * طبق فرمول $\sin-\cos u=\sqrt{۲}\sin(u-\frac{\pi}{۴})$ $۳\cos(\frac{۴\pi}{۱۲})=۳\cos(\frac{\pi}{۳})=\frac{۳}{۲}$ $\frac{۳}{۲}-۱=\boxed{\frac{۱}{۲}}$ ← جواب
۹	$\tan\frac{\alpha}{۲}=\frac{۱}{۴}$, $\tan\alpha=\frac{۲\tan(\frac{\alpha}{۲})}{۱-\tan^۲\frac{\alpha}{۲}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{۲\times\frac{۱}{۴}}{۱-\frac{۱}{۱۶}}\Rightarrow\tan\alpha=\frac{\frac{۱}{۲}}{\frac{۱۵}{۱۶}}=\frac{۸}{۱۵}$ $۱+\tan^۲\alpha=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow۱+\frac{۶۴}{۲۲۵}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\frac{۲۸۹}{۲۲۵}=\frac{۱}{\cos^۲\alpha}\Rightarrow\cos\alpha=\frac{۱۵}{۱۷}$ $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}\Rightarrow\frac{۸}{۱۵}=\frac{\sin\alpha}{\frac{۱۵}{۱۷}}\Rightarrow\sin\alpha=\frac{۸}{۱۷}$ $\frac{\tan\alpha-\sin\alpha}{\sin\alpha-\cos\alpha}=\frac{\frac{۸}{۱۵}-\frac{۸}{۱۷}}{\frac{۸}{۱۷}-\frac{۱۵}{۱۷}}=\boxed{\frac{-۱۶}{۱۰۵}}$ ← جواب
۱۰	$\sin۲\alpha=۲\sin\alpha\cos\alpha\Rightarrow۲\sin\alpha<۲\sin\alpha\cos\alpha\xrightarrow{\sin\alpha>۰}\cos\alpha>+۱$ غ ق ق ① ← $\boxed{\sin\alpha<۰}$ $\cos\alpha<۱$ ق ق ✓ $\frac{\cot\alpha}{\sin\alpha}=\frac{\cos\alpha}{\underset{\text{همواره}+}{\sin^۲\alpha}}>۰\Rightarrow\boxed{\cos\alpha>۰}$ ② ① و ② ← در ناحیه چهارم ⇐ جواب