نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱	الف) $\lim_{x\to 2^+} 4x-3 = (4\times 2)-3 = 8-3 = 5$ ② ب) $\lim_{x\to 2^-} 4x-3 = (4\times 2)-3 = 8-3 = 5$ ②
۲	الف) $\lim_{x\to 2^+} 4[x]-3 = (4\times 2)-3 = 8-3 = 5$ ② $x\to 2^+ \Rightarrow [x]=2$ ب) $\lim_{x\to 2^-} 4[x]-3 = (4\times 1)-3 = 4-3 = 1$ ① $x\to 2^- \Rightarrow [x]=1$
۳	الف) $\lim_{x\to 2^+} [4x-3] = 5$ ⑤ $x\to 2^+ \quad x>2 \Rightarrow 4x>8 \Rightarrow 4x-3>5$ $\Rightarrow [4x-3]\geq 5$ ب) $\lim_{x\to 2^-} [4x-3] = 4$ ④ $x\to 2^- \quad x<2 \Rightarrow 4x<8 \Rightarrow 4x-3<5$
۴	الف) $\left[\lim_{x\to 2^+} 4x-2\right] \to \lim_{x\to 2^+} 4x-3 = (4\times 2)-3 = 5$ ② ب) $\left[\lim_{x\to 2^-} 4x-2\right] \to \lim_{x\to -2} 4x-3 = (4\times 2)-3 = 5$ ②
۵	الف) $\lim_{x\to 3} \frac{4x-3}{x-3}$ $\begin{cases} \xrightarrow{3^+} \frac{(4\times 3)-3}{3^2-3} = \frac{9}{0^+} = +\infty \\ \xrightarrow{3^-} \frac{(4\times 3)-3}{3^2-3} = \frac{9}{0^-} = -\infty \end{cases}$ ؟ حد ندارد ب) $\lim_{x\to 2} \frac{4x-3}{(x-2)^2}$ $\begin{cases} \xrightarrow{3^+} \frac{(4\times 3)-3}{(3^+-2)^2} = \frac{9}{0^+} = +\infty \\ \xrightarrow{3^-} \frac{(4\times 3)-3}{(3^--2)^2} = \frac{9}{0^+} = +\infty \end{cases}$ ؟ حد ندارد

۶

الف) $\lim_{x\to 3} \frac{\varepsilon x - 3}{\sqrt{x-3}}$

$x \to 3^+$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{\sqrt{3^+ - 3}} = \frac{9}{0^+} = +\infty$

$x \to 3^-$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{\sqrt{3^- - 3}} = \frac{9}{0^-} = -\infty$

حد ندارد

ب) $\lim_{x\to 3} \frac{\varepsilon x - 3}{\sqrt{x^2 - \varepsilon x + 3}}$

$x \to 3^+$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{\sqrt{0^+}} = \frac{9}{0^+} = +\infty$

$x \to 3^-$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{\sqrt{0^-}} = -\infty$

حد ندارد

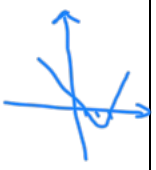
۷

الف) $\lim_{x\to 3} \frac{\varepsilon x - 3}{x^2 - 7x + 12}$

$x \to 3^+$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{0^-} = \frac{9}{0^-} = -\infty$

$x \to 3^-$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{0^+} = \frac{9}{0^+} = +\infty$

حد ندارد



ب) $\lim_{x\to 3} \frac{\varepsilon x - 3}{[x-3]}$

$x \to 3^+$: $(\varepsilon \times 3) - 3 = 9$, $3 < x < 4 \Rightarrow 0 < x-3 < 1 \Rightarrow [x-3] = 0$, $\frac{9}{0^+} = +\infty$

$x \to 3^-$: $\frac{(\varepsilon \times 3) - 3}{-1} = -9$, $2 < x < 3 \Rightarrow -1 < x-3 < 0 \Rightarrow [x-3] = -1$

حد ندارد

۸

الف) $\lim_{x\to 3} [3x] + [-2x]$

$x \to 3^+$: (۲) $9 - 7 = 2$

$x > 3 \Rightarrow 3x > 9 \Rightarrow [3x] = 9$

$x > 3 \Rightarrow -2x < -9 \Rightarrow [-2x] = -7$

$x \to 3^-$: (۱) $8 + (-9) = -1$

$x < 3 \Rightarrow 3x < 9 \Rightarrow [3x] = 8$

$x < 3 \Rightarrow -2x > -6 \Rightarrow [-2x] = -6$

حد ندارد

ب) $\lim_{x\to -4} [-\varepsilon x] + [2x]$

$x \to -4^+$: (۲) $16 - 9 = 7$

$-4 < x < -3 \Rightarrow 16 < -\varepsilon x < 12 \Rightarrow [-\varepsilon x] = 15$

$-4 < x < -3 \Rightarrow -9 < 2x < -8 \Rightarrow [2x] = -8$

$x \to -4^-$: (۱) $24 - 25 = -1$

$-5 < x < -4 \Rightarrow 20 < -\varepsilon x < 24 \Rightarrow [-\varepsilon x] = 23$

$-5 < x < -4 \Rightarrow -10 < 2x < -8 \Rightarrow [2x] = -9$

حد ندارد

۹

الف) $\lim_{x\to 2} [x^2 - \varepsilon x] = [-\varepsilon^+] = -\varepsilon$

راست‌سی $\begin{bmatrix} 2 \\ -\varepsilon \end{bmatrix} = x$

ب) $\lim_{x\to 3} [-x^2 + 6x] = [9^-] = 8$

راست‌سی $\begin{bmatrix} 3 \\ 9 \end{bmatrix} = x$

۱۰

الف) $\lim_{x\to 2} \frac{|x-2|}{x^3 - 3x + 2} = \frac{0^+}{0^+}$ رفع ابهام

$x \to 2^+$: $\frac{(x-2)}{(x-2)(x-1)^2} = \frac{1}{(x-1)^2} = \frac{1}{2-1} = 1$

$x \to 2^-$: $\frac{-(x-2)}{(x-2)(x-1)^2} = \frac{-1}{(x-1)^2} = \frac{-1}{2-1} = -1$

حد ندارد

ب) $\lim_{x\to 1} \frac{x - [x]}{x^2 - 1}$

$x \to 1^+$: $\frac{x-1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x+1} = \frac{1}{2}$

$x \to 1^-$: $\frac{x}{x^2-1} = \frac{1}{-0^+} = -\infty$

حد ندارد

$0 < x < 1 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow x^2 - 1 < 0$