به نام خدا

برخی تمرینات

① $\lim_{x\to 1} \frac{x^3-3x+2}{x^3-x^2-x+1} = \frac{1+3+2}{1-1-1+1} = \frac{0}{0}$ صفر صفر

$\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x-2)}{(x-1)^2(x+1)}$ حذف $(x-1)$ از صورت و مخرج

$\lim_{x\to 1} \frac{x-2}{(x-1)(x+1)} = \frac{-1}{0}$ عدد ثابت

$\lim_{x\to 1} \frac{x-2}{x^2-1} = \infty$

② $\lim_{x\to 0} \frac{|1+2x|-|1-2x|}{x}$ تعیین علامت داخل قدرمطلق ها صورتی شود

$= \lim_{x\to 0} \frac{(1+2x)-(1-2x)}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{1+2x-1+2x}{x} = \lim_{x\to 0} \frac{4x}{x} = 4$

③ $\lim_{x\to 2} \frac{x^3-8}{x^2-4} = \frac{0}{0}$ فاکتورگیری

$= \lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \frac{12}{4} = 3$

④ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+4}-2}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x+4-4}{x(\sqrt{x+4}+2)} = \frac{1}{4}$

⑤ $\lim_{x\to 1} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 1} \frac{x-1}{(x-1)(\sqrt{x}+1)} = \frac{1}{2}$

⑥ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$

⑦ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x+1-(1-x)}{x(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x})} = \frac{2}{2} = 1$

⑧ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{1-x}}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x+1-(1-x)}{x(\sqrt{x+1}+\sqrt{1-x})} = \frac{2}{2} = 1$

⑨ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$

⑩ $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} = \frac{0}{0}$ ضرب در مزدوج

$= \lim_{x\to 0} \frac{x}{x(\sqrt{x+1}+1)} = \frac{1}{2}$

سری ۱ مشتقات

(۷)

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}-2}}{\sqrt[3]{x}-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\times\frac{\text{مزدوج صورت}}{\text{مزدوج صورت}}\times\frac{\text{مزدوج مخرج}}{\text{مزدوج مخرج}}$$

$$\Rightarrow\times\frac{\sqrt[3]{x^2}+1+\sqrt[3]{x^4}}{\sqrt[3]{x^2}+1+\sqrt[3]{x^4}}\times\frac{\sqrt{x^2+\sqrt{x}+2}}{\sqrt{x^2+\sqrt{x}+2}}=\frac{(\sqrt{x}-1)(3+\sqrt{x}+4)}{1-x}\times\frac{3}{4}=\frac{3+\sqrt{x}+4}{1+\sqrt{x}}\times\frac{3}{4}$$

جایگذاری ۱

$$=\frac{\sqrt{3+1}-2}{1-1}=\frac{0}{0}\xrightarrow{(1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x})}=\frac{3}{4}\times\frac{4}{7}=\frac{12}{7}$$

---

(۶)

$$\lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^4 x}{\sin^2 x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{\sin^2 x}=\frac{(1+\cos x)(1+\cos^2 x-\cos x)}{(1+\cos x)(1-\cos x)}$$

$$\frac{1+(-1)^4}{2}=\frac{2}{2}$$

جایگذاری

$$\lim_{x\to\pi}\frac{1+\cos^2 x-\cos x}{1-\cos x}=\frac{1+1+1}{1-(-1)}=\frac{3}{2}$$

---

(۵)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\tan x}{\sin x-\cos x}=\frac{0}{0}\xrightarrow{\text{رفع ابهام}}\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{1-\frac{\sin x}{\cos x}}{\sin x-\cos x}=\frac{\frac{\cos x-\sin x}{\cos x}}{\frac{\sin x-\cos x}{1}}=\frac{-1}{\cos x}=\frac{-1}{\cos\frac{\pi}{2}}$$

$$\frac{1-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{0}{0}$$

$$=\frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{-2}{\sqrt{2}}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{2}$$

---

(۴)

$$\lim_{x\to\frac{\pi}{2}}\frac{\tan^2 x-1}{\cos 2x}=\frac{1-1}{\cos\pi}=\frac{0}{-1}=\frac{\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x}-1}{\cos^2 x-\sin^2 x}=\frac{\frac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\cos^2 x}}{\frac{\cos^2 x-\sin^2 x}{1}}=\frac{-1}{\cos^2 x}$$

$$=\frac{-1}{\cos^2\frac{3\pi}{2}}=\frac{-1}{0}=\frac{-1}{0^+}=-\infty$$

$$\frac{\pi}{2}$$