نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس ...

۱	$\lim_{x\to 1} \frac{x^2-7x+3}{3x^2-8x+3} \overset{\text{رفع ابهام}}{\underset{\text{عامل مشترک } x-1}{=}} \frac{0}{0}$ ← وقتی $x\to 1$ صفر شده $\Rightarrow$ $x-1$ صفر است $\frac{(x-3)(x-1)}{(3x-1)(x-1)} \overset{x=1}{\Rightarrow} \frac{1-3}{3-1} = -\frac{1}{2}$ ← جواب
۲	$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{3x+1}-1}{x} = \frac{3x}{x} = 3$ ← جواب
۳	$\lim_{x\to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2} \overset{\text{رفع ابهام}}{=} \frac{0}{0}$ ← وقتی $x\to 4$ صفر شده $\Rightarrow$ $x-4$ صفر است $\frac{(\sqrt{x}-2)(\sqrt{x}+2)}{\sqrt{x}-2} \overset{x=4}{\Rightarrow} \sqrt{4}+2 = 4$ ← جواب
۴	$\lim_{x\to 2} \frac{x-\sqrt{2x}}{2x^2-x-6} = \frac{0}{0}$ ← رفع ابهام: عامل مشترک $x-2$ $\frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}{(2x+3)(x-2)} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x}-\sqrt{2})}{(2x+3)(\sqrt{x}-\sqrt{2})(\sqrt{x}+\sqrt{2})} \overset{x=2}{\Rightarrow} \frac{\sqrt{2}}{7\times 2\sqrt{2}} = \frac{1}{14}$ ← جواب
۵	$\lim_{x\to 1} \frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{3x-2}} = \frac{0}{0}$ ← رفع ابهام: استفاده از اتحاد مزدوج $\frac{1-\sqrt{x}}{2-\sqrt{3x-2}} \times \frac{2+\sqrt{3x-2}}{2+\sqrt{3x-2}} = \frac{1-x}{4-(3x-2)} \times \frac{2+\sqrt{3x-2}}{2} = \frac{1-x}{6-3x} \times \frac{2+\sqrt{3x-2}}{2}$ $\frac{1-x}{-1+x} \overset{x=1}{\Rightarrow} -1 \times \frac{2+1}{2} = -\frac{3}{2}$ ← جواب * ← قبلاً x برابر با صفر شده $\sqrt{3x-2}$ در بدو امر با x جمع داخل رادیکال شده $\sqrt{3x-2}$ برای $x=1$ هم قبلاً صفر بوده برابر عدد $1-$ بوده $\Rightarrow 1+1=2$

۶

$\lim_{u\to 4} \frac{\sqrt{3u+4}-4}{\sqrt[3]{3u+7}-3} = \frac{0}{0}$ (رفع ابهام) $\xrightarrow{\text{با استفاده از اتحاد مزدوج و فیل و فنجون}}$ $\frac{\sqrt{3u+4}-4}{\sqrt[3]{3u+7}-3} \times \frac{\text{مزدوج}}{\text{مزدوج}} \times \frac{\text{فک}}{\text{فک}} = \frac{3u+4-16}{3u+7-27} \times \frac{3(u+4)}{3(u-4)} \times \frac{27}{8} = \frac{81}{40}$ ← جواب

* برای فیل و فنجون در عبارت اول وقتی a^2 و ab و b^2 بدون ضریب باشند $a=b$ و ضریب‌ها مساوی‌اند. $3a^2 = a^2 + b^2 + ab \to 3 = 1+1+1$ ← برای مزدوج هم $a=b \to 4+4=8$

$27 = 3\times 9$ ← ریاضی تشویقی

$\frac{\sqrt{3u+4}-4}{\sqrt[3]{3u+7}-3} \times \frac{\sqrt{3u+4}+4}{\sqrt{3u+4}+4} \times \frac{\sqrt[3]{(3u+7)^2}+9+3\sqrt[3]{3u+7}}{\sqrt[3]{(3u+7)^2}+9+3\sqrt[3]{3u+7}} = \frac{3u+4-16}{3u+7-27} \times \frac{\sqrt[3]{(3u+7)^2}+9+3\sqrt[3]{3u+7}}{\sqrt{3u+4}+4}$

$\xrightarrow{u\to 4} \frac{\sqrt[3]{(3\times 4+7)^2}+9+3\sqrt[3]{27}}{\sqrt{3\times 4+4}+4} \times \frac{3}{5} = \frac{27}{8}\times\frac{3}{5} = \frac{81}{40}$

۷

$\lim_{u\to 1} \frac{\sqrt{3u+\sqrt{u}}-2}{\sqrt[3]{u}-1} = \frac{0}{0}$ (رفع ابهام) $\xrightarrow{\text{با استفاده از اتحاد مزدوج و فیل و فنجون}}$ $\frac{\sqrt{3u+\sqrt{u}}-2}{\sqrt[3]{u}-1} \times \frac{\text{مزدوج}}{\text{مزدوج}} \times \frac{\text{فک}}{\text{فک}} = \frac{3u+\sqrt{u}-4}{u-1} \times \frac{3}{4} = \frac{3(\sqrt{u}+\frac{4}{3})(\sqrt{u}-1)}{(u-1)} \times \frac{3}{4}$

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2+ab+b^2)$ ← $a=\sqrt{u}$, $b=1$

$= \frac{(3\sqrt{u}+4)(\sqrt{u}-1)}{(u-1)} \times \frac{3}{4} = \frac{(3\sqrt{u}-3)(\sqrt{u}-1)}{(\sqrt{u}-1)(\sqrt{u}+1)} \xrightarrow{u=1} \frac{3}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{21}{8}$ ← جواب

ریاضی تشویقی ← $\frac{\sqrt{3u+\sqrt{u}}-2}{\sqrt[3]{u}-1} \times \frac{\sqrt{3u+\sqrt{u}}+2}{\sqrt{3u+\sqrt{u}}+2} \times \frac{\sqrt[3]{u^2}+1+\sqrt[3]{u}}{\sqrt[3]{u^2}+1+\sqrt[3]{u}} \xrightarrow{u=1} \frac{3u+\sqrt{u}-4}{u-1} \times \frac{\sqrt[3]{u^2}+1+\sqrt[3]{u}}{\sqrt{3u+\sqrt{u}}+2} = \frac{7}{2} \times \frac{3+1+1}{4+2} = \frac{21}{8}$

۸

$\lim_{u\to\pi} \frac{1+\cos^3 u}{\sin^2 u} = \frac{0}{0}$ (رفع ابهام) $\to \frac{(1+\cos u)(1+\cos^2 u-\cos u)}{1-\cos^2 u} = \frac{(1+\cos u)(1+\cos^2 u-\cos u)}{(1-\cos u)(1+\cos u)} \xrightarrow{u=\pi}$

$= \frac{1+(-1)^2-(-1)}{1-(-1)} = \frac{3}{2}$ ← جواب

۹

$\lim_{u\to \frac{\pi}{4}} \frac{1-\tan u}{\sin u-\cos u} = \frac{0}{0}$ (رفع ابهام) $\to \frac{1-\frac{\sin u}{\cos u}}{\sin u-\cos u} = \frac{\frac{\cos u-\sin u}{\cos u}}{\sin u-\cos u} = \frac{-(\sin u-\cos u)}{\cos u(\sin u-\cos u)}$ ← مزدوج مزدوج منفی

$= \frac{-1}{\cos u} \xrightarrow{u=\frac{\pi}{4}} \frac{-1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\sqrt{2}$ ← جواب

$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ × گویایی کنید

۱۰

$\lim_{u\to \frac{\pi}{4}} \frac{\tan^2 u-1}{\cos 2u}$ $\xrightarrow{u=\frac{\pi}{4}}$ $\frac{1-\cos 2u}{1+\cos 2u}-1 \over \cos 2u$ $= \frac{\frac{1-\cos 2u-1-\cos 2u}{1+\cos 2u}}{\cos 2u} = \frac{-2\cos 2u}{\cos 2u(1+\cos 2u)} = \frac{-2}{1+\cos 2u}$

$u\to\frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{-2}{1+\cos\frac{\pi}{2}} = \frac{-2}{1+0} = -2$ ← جواب

$\tan^2\alpha = \frac{1-\cos 2u}{1+\cos 2u}$