پارمیس عباسیان یازدهم دفتر ۲

۱۷

(1)

الف) ۵

$$f(x)=\sqrt{\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}}$$

$$\frac{x-1}{x}-\frac{x}{x-1}\geq 0 \longrightarrow \frac{\cancel{x^2}+1-2x-\cancel{x^2}}{x^2-x}=\frac{1-2x}{x(x-1)}\geq 0$$

$1-2x \to \frac{1}{2}$, $x \to 0$, $x-1 \to 1$

$$\Rightarrow \begin{array}{c|c|c|c} & 0 & \frac{1}{2} & 1 \\ \hline + & - & + & - \end{array}$$

$$D_f=(-\infty,0)\cup\left[\frac{1}{2},1\right)$$

ب)

$$f(x)=\frac{\frac{1}{x+1}-\frac{2}{x}}{\frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+1\neq 0 \longrightarrow x\neq -1 \\ x\neq 0 \qquad x-1\neq 0 \longrightarrow x\neq 1 \\ x+2\neq 0 \qquad x\neq -2 \end{cases}$$

$$\left\{ \frac{3}{x-1}+\frac{1}{x+2}\neq 0 \rightarrow \frac{\overbrace{3x+6+x-1}^{4x+5}}{x^2+x-2}\neq 0 \right.$$

$$\frac{4x+5}{(x+2)(x-1)} \rightarrow -\frac{5}{4}$$

$(x+2) \to -2$, $(x-1) \to 1$

$$\longrightarrow D=\mathbb{R}-\left\{-2,-\frac{5}{4},-1,0,1\right\}$$

۲) ۶

الف)

$$f(x)=\sqrt{\left(\left(\tfrac{۱}{۳}\right)^{x}-۹\right)\left(۳۲-۴^{x}\right)}$$

$$\left(\left(\tfrac{۱}{۳}\right)^{x}-۹\right)\left(۳۲-۴^{x}\right)\geq ۰$$

$$\left(\tfrac{۱}{۳}\right)^{x}-۹=۰ \to \left(\tfrac{۱}{۳}\right)^{x}=۹ \to \left(\tfrac{۱}{۳}\right)^{x}=۳^{۲} \to ۳^{-x}=۳^{۲}$$

$$x=\boxed{-۲}$$

$$۳۲-۴^{x}=۰ \qquad ۲^{۵}=۴^{x} \to ۲^{۵}=۲^{۲x} \qquad x=\tfrac{۵}{۲}$$

	-۲		$\tfrac{۵}{۲}$	
$+$	۰	$-$	۰	$+$

$$D_f=(-\infty,-۲]\cup\left[\tfrac{۵}{۲},+\infty\right)$$

ب)

$$\sqrt[۴]{x-۱}+\sqrt{y+۱}=۳$$

$$\sqrt{y+۱}=۳-\sqrt[۴]{x-۱}$$

$$۳-\sqrt[۴]{x-۱}\geq ۰ \qquad ۳\geq\sqrt[۴]{x-۱}$$

$$۸۱\geq x-۱ \to x\leq ۸۲ \quad \mathrm{I}$$

$$\sqrt[۴]{x-۱} \to x-۱\geq ۰ \qquad x\geq ۱ \quad \mathrm{II}$$

$$\mathrm{I}\cap\mathrm{II}=[۱,۸۲]$$

CS CamScanner

۳

۲

$$f(x) = \frac{\log_{4}(x^2-x-2)}{\sqrt{x^2-1}+1}$$

$x^2-x-2>0 \rightarrow (x-2)(x+1)>0$

I $D_f = (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

$\sqrt{x^2-1}+1 \neq 0 \rightarrow \sqrt{x^2-1} \neq -1$ همواره برقرار

$\rightarrow x^2-1 \geq 0 \quad x^2 \geq 1 \quad \underbrace{x \geq 1} , \quad x \leq -1$

II $D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$

$I \cap II \rightarrow (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

۴

۲

$\sqrt{3+ax-x^2}$. $a+b=?$

$[-2, b]$

$3+ax-x^2 \geq 0 \quad x=-2 \rightarrow \sqrt{3-2a-4} \rightarrow \sqrt{-1-2a} \rightarrow a=-\frac{1}{2}$

$a=-\frac{1}{2} \rightarrow \sqrt{-x^2-\frac{x}{2}+3} \rightarrow \Delta \geq 0 \quad b^2-4ac$

$\frac{1}{4}-4(-1)(3)$

$\frac{1}{4}+12 \rightarrow \frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$

$x_A=-2$

$x_B=\frac{3}{2} \quad a+b=-\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=1$

$P=\frac{c}{a} \rightarrow -2x_B=-3 \rightarrow x_B=\frac{3}{2}$

۵

$$f(x)=\begin{cases} ۳x-۲ \to x\geq ۱ \\ ۲x+۳ \to x<۱ \end{cases}$$

I $x \geq ۱$

$\to \sqrt{۳x-۲} \geq x$

$x \geq ۱$

۲

II $\to x<۱ \to ۲x+۳ \geq x$

$x \geq -۳$

$$g(x)=\sqrt{f(x)-x} \to f(x) \geq x$$

$$D_g = \mathrm{I} \cup \mathrm{II} = [-۳, +\infty)$$

۶

۱,۵

$$f(a)=\begin{cases} (a+۱)a+۲ & x>۱ \\ ۳a+۲x & x\leq ۱ \end{cases}$$

$۴f(۵) = f(-۲)+a$

$-۴+۴a = ۱۴a+۱۴ \to ۰۱۱ = ۱۱a \to a=+۱$

$۱۰a=-۱۸ \to a=-۱,۸$

۷

۱,۵

$f(x)=\sqrt{x}+\dfrac{۱}{\sqrt{x}}+۲$

$f(۲-\sqrt{۳})+f(۲+\sqrt{۳})=?$

$f(۲+\sqrt{۳})=\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\dfrac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}+۲$

$\dfrac{۱}{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}} \to \sqrt{۲-\sqrt{۳}}$

$\Rightarrow \boxed{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲}$

$+$

$\sqrt{۲-\sqrt{۳}} + \sqrt{۲+\sqrt{۳}} + ۲ = \boxed{\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۲}$

$۲\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+۲\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+۴ = ۲\sqrt{۶}+۴$

$۲\underbrace{\left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\right)}_{A \to A^۲=۶}$

۵/۱۰

۸) $\text{۲}f(x) - \text{۳}f(-x) = \text{۴}x^2 - x$ $\quad f(x)=?$

$$\begin{cases} \times\text{۲} & \text{۲}f(x) - \text{۳}f(-x) = \text{۴}x^2 - x \\ \times\text{۳} & \text{۲}f(-x) - \text{۳}f(x) = \text{۴}x^2 + x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{۴}f(x) - \cancel{\text{۶}f(-x)} = \text{۸}x^2 - \text{۲}x \\ \cancel{\text{۶}f(-x)} - \text{۹}f(x) = \text{۱۲}x^2 + \text{۳}x \end{cases}$$

۲

$$-\text{۵}f(x) = \text{۲۰}x^2 + x$$

$$f(x) = \frac{\text{۲۰}x^2 + x}{-\text{۵}}$$

---

۹) $(x+\text{۲})f(x) - \text{۳}xf(x+\text{۲}) = \text{۴}x^2 - mx + \text{۲}m - \text{۱}$

$f(\text{۰}) = ?$

$x=\text{۰} \rightarrow \text{۲}f(\text{۰}) - f(\text{۲}) \times \text{۰} = \text{۳}m - \text{۱}$

$x=-\text{۲} \rightarrow \text{۰} \times f(-\text{۲}) + \text{۶}f(\text{۰}) = \text{۱۶} + \text{۵}m - \text{۱}$

۴

$\text{۶}f(\text{۰}) = \text{۱۵} + \text{۵}m$

$\text{۲}f(\text{۰}) = \text{۳}m - \text{۱}$

$\text{۴}f(\text{۰}) = \frac{\text{۱۶} + \text{۲}m}{\text{۴}}$

$f(\text{۰}) = \text{۴} + \frac{m}{\text{۲}} = f(\text{۰}) = \frac{\text{۱۶}}{\text{۴}} + \frac{\text{۹}}{\text{۴}} = \frac{\text{۲۵}}{\text{۴}}$

$m = \frac{\text{۱۵} + \text{۵}m}{\cancel{\text{۶}}\,\text{۳}} = \frac{\text{۳}m - \text{۱}}{\cancel{\text{۲}}} \Rightarrow \text{۹}m - \text{۳} = \text{۱۵} + \text{۵}m$

$m = \frac{\text{۹}}{\text{۲}}$