

در این درس ابتدا باید ضرب a را در ضرب c ضرب دهیم، حاصل را حل کنیم. در نهایت جواب های بدست آمده را برابر a قرار دهیم.

الف) $6x^2 - 5x - 6 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 36 = 0 \rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{6} = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3} \end{cases}$

ب) $3x^2 - 8x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9}{3} = 3 \\ x = -\frac{1}{3} \end{cases}$

ج) $4x^2 - 4x - 3 = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \\ x = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2} \end{cases}$

د) $2x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{2} = 4 \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}$

الف) $x^2 - 5x + 14 = 0 \rightarrow (x-7)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -2 \end{cases}$

ب) $2x^2 + 5x + 2 = 0 \rightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \rightarrow (x+2)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{1} = -2 \\ x = -\frac{3}{1} = -3 \end{cases}$

ج) $x^2 + 2x + 2 = 0 \rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 4 - 4 \times 1 \times 2 = -4 \xrightarrow{\Delta < 0} \text{معادله ریشه ندارد}$

د) $3x^2 + 2x - 2 = 0 \xrightarrow{\Delta = 9 + 24} x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2 \pm \sqrt{33}}{6} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-2 + \sqrt{33}}{6} \\ x = \frac{-2 - \sqrt{33}}{6} \end{cases}$

$A \times B = \{(1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

$B^2 = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

$\Rightarrow A \times B - B^2 = \{(1,2), (1,3)\}$

الف) چون زوج های مرتب اول داریم، مولفه های اول یکسانی دارند، پس مولفه های دوم آنها نیز باید با یکدیگر برابر باشند

$\rightarrow m^2 = m+2 \rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$

اگر $m=2$ باشد زوج های مرتب دوم دهم مولفه های اول یکسان دی مولفه های دوم متفاوت دارند. پس جواب $m=-1$ است

ب) زوج های مرتب اول چهارم، مولفه های اول یکسانی دارند بنابراین مولفه های دوم آنها نیز باید برابر باشند

$\rightarrow m^2 = m+3 \rightarrow m^2 - m - 3 = 0 \rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 2 \\ m = -1 \end{cases}$

اگر $m=2$ باشد زوج های دوم سوم مولفه های یکسان اول دی مولفه های دوم متفاوت دارند اگر $m=-1$ باشد، زوج های سوم دهم مولفه های اول یکسان دی مولفه های دوم متفاوت دارند، بنابراین m هیچ مقداری نمی تواند داشته باشد

چون زوج های مرتب اول دوم، مولفه های اول یکسان دارند، پس مولفه های دوم آنها نیز باید با یکدیگر برابر باشند

$\rightarrow a^2 = 3a - 2 \rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \rightarrow (a-1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ a = 2 \end{cases}$

اگر $a=1$ باشد هر ۳ زوج، مولفه های اول یکسانی دارند دی مولفه های دوم سوم برابر ۵ و با دو زوج دیگر متفاوت است

اگر $a=2$ باشد، زوج های اول دوم، مولفه های یکسان و زوج سوم مولفه اول متفاوت دارد

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 1 \\ ax + b & 1 \leq x \leq 2 \\ x^2 & x \geq 2 \end{cases} \quad \left\{ \begin{array}{l} x=1 \rightarrow 1-1 = a \times 1 + b \rightarrow a+b=0 \\ x=2 \rightarrow 2a+b = (2)^2 \rightarrow 2a+b=4 \end{array} \right\} \rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a \times b = 1 \times (-1) = -1$$

چون مقدار $x=1$ در هر دو ضابطه وجود دارد، پس باید مقدارشان به ازای x با یکدیگر برابر باشند

$$\xrightarrow{x=k} 2k-3 = 4-3k \Rightarrow 5k=7 \Rightarrow k = \frac{7}{5} = 1,4$$

الف) اگر از مثال نقض استفاده کنیم $x=1$ را قرار دهیم، خواهیم داشت:

ب) $x=1 \rightarrow y^3 - 6y = 0 \Rightarrow y(y^2 - 6) = 0 \Rightarrow y=0$ یا $y=\pm\sqrt{6}$ تابع نیست

ج) با استفاده از مثال نقض $x=1$ را فرض می‌کنیم، داریم:

د) از روش مربع کامل کردن استفاده می‌کنیم:

چون جمع ۲ مقدار مثبت هستند، پس هر دو ضابطه فقط نقطه (۰، ۰) دارند. در این حالت جوابی به دست نمی‌آید.

تابع هست ✓

$$\begin{cases} \sqrt{y_1} = -x_1^2 + 2x_1 - 2 \\ \sqrt{y_2} = -x_2^2 + 2x_2 - 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} \sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \rightarrow y_1 = y_2$$

ب) $\begin{cases} y_1^2 + 2y_1 = 5x_1 \\ y_2^2 + 2y_2 = 5x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1^2 + 2y_1 = y_2^2 + 2y_2 \rightarrow y_1^2 - y_2^2 + 2y_1 - 2y_2 = 0 \rightarrow (y_1 - y_2)(y_1 + y_2 + 2) = 0$

تابع هست تابع نیست

منه غیر متوجه می‌شوم چون می‌گوید $y_1^2 + y_1 y_2 + y_2^2 + 2 = 0$ از معادله می‌تواند باشد

ریشه دارد $\Delta = y_2^2 - 4(y_2^2 + 2) = y_2^2 - 4y_2^2 - 8 = -3y_2^2 - 8$

الف) اگر که از مثال نقض بگیریم، را مساوی صفر قرار دهیم، برای y می‌توانیم کمترین مقدار y به دست آوریم

نتیجه $\sin x = 0$ تابع نیست

$$0 \times \sin y = y \times \sin 0 \rightarrow y \in \mathbb{R} \Rightarrow$$

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{مربع کردن}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{xy}{xy}} = 4 \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \rightarrow x^2 + y^2 = 2xy$

رتبه $x=y$ ، $x, y \in \mathbb{R} - \{0\}$ تابع هست

$$x^2 - 2xy + y^2 = 0 \Rightarrow (x-y)^2 = 0 \rightarrow x=y$$