

۱۸, ۵

الف) $x^2 - 5x - 4 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 34 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +9 \\ x_2 = -4 \end{cases}$

ب) $2x^2 - 1x - 9 = 0 \rightarrow x^2 - 1x - 9 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +9 \\ x_2 = -1 \end{cases}$

ج) $6x^2 - 8x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +4 \\ x_2 = -3 \end{cases}$

د) $2x^2 - 5x - 12 = 0 \rightarrow x^2 - 5x - 12 = 0 \Rightarrow (x-1)(x+12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = +1 \\ x_2 = -12 \end{cases}$

الف) $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 25 + 48 = 73 > 0 \Rightarrow$ ۲ ریشه دارد

ب) $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 25 - 48 = -23 < 0 \Rightarrow$ ۲ ریشه ندارد

ج) $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 12 = -3 < 0 \Rightarrow$ ۲ ریشه ندارد

د) $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 + 12 = 21 > 0 \Rightarrow$ ۲ ریشه دارد

$A \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,1), (3,2)\}$

$B^c = B \times B = \{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2)\}$

$A \times B - B^c = \{(1,2), (2,1)\}$

الف) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -1 \end{cases}$

$\rightarrow m = -1$

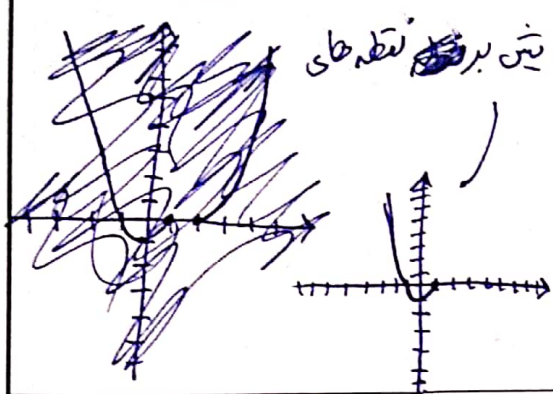
ب) $m^2 = m + 2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = 2 \\ m_2 = -1 \end{cases}$

$\rightarrow m = 2$

$(1, a^2) = (1, 3a-2) \Rightarrow a^2 = 3a-2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 2 \\ a_2 = 1 \end{cases}$

$(1, a^2) = (1, 3a-2) = (a^2, 3a+2) \Rightarrow 3a^2 + 2 = 3a + 2 \Rightarrow 3a^2 - 3a = 0 \Rightarrow 3a(a-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 0 \\ a_2 = 1 \end{cases}$

به ازای $a = 2$ صحیح است.



برای تابع بودن خط $ax+b$ باید ابتدا و انتهایش بر روی نقطه‌های 0 و 1 منطبق باشند.

-۶۴

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{1} = 1$$

$$y = ax + b \Rightarrow b = -1$$

$$y = 1x - 1$$

$$a \cdot b = 1 \cdot (-1) = -1$$

چرا کرد، نقطه K با هم برابرند

$$2x - 3 = 8 - 3x$$

$$5x = 11$$

$$x = \frac{11}{5}$$

$$y = 1 \cdot \frac{11}{5} - 3 = \frac{11}{5} - \frac{15}{5} = -\frac{4}{5} \Rightarrow K = \left(\frac{11}{5}, -\frac{4}{5} \right)$$

تابع نیست $y(y^2 - 4) = (x-1)(x-3)$ مثال نقض (باتوجه به نکته تابع نیست) الف

تابع نیست $|y| = -|x| + 3$ مثال نقض $n=1$ $|y| = -1 + 3 \Rightarrow |y| = 2 \Rightarrow y = \pm 2$ ب

تابع نیست $|y| = \sqrt{1 - \cos x}$ مثال نقض $\cos x = 0$ $|y| = \sqrt{1} \Rightarrow |y| = 1 \Rightarrow y = \pm 1$ ج

تابع نیست $y^2 = -x^2 - 2x - 1 \Rightarrow y^2 = -(x^2 + 2x + 1) \Rightarrow y^2 = -(x+1)^2$ د

$$\sqrt[3]{y_1} = -(x^2 - 2x + 2) \Rightarrow \sqrt[3]{y_1} = -(x_1^2 - 2x_1 + 2) = \sqrt[3]{y_2} = -(x_1^2 - 2x_1 + 2) \Rightarrow$$

$$\sqrt[3]{y_1} = \sqrt[3]{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است}$$

$$\begin{cases} y_1^3 + 2y_1 = 5x_1 \\ y_2^3 + 2y_2 = 5x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1^3 + 2y_1 = y_2^3 + 2y_2 \Rightarrow y_1(y_1^2 + 2) = y_2(y_2^2 + 2) \Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است}$$

$$\begin{cases} x_1 \sin y_1 = y_1 \sin x_1 \\ x_2 \sin y_2 = y_2 \sin x_2 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} y_1 \sin x = y_2 \sin x \Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است}$$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{y_1}{x}} = -\sqrt{\frac{x_1}{y}} + 2 \\ \sqrt{\frac{y_2}{x}} = -\sqrt{\frac{x_2}{y}} + 2 \end{cases} \xrightarrow{x_1 = x_2} \sqrt{\frac{y_1}{x}} = \sqrt{\frac{y_2}{x}} \Rightarrow \sqrt{y_1} = \sqrt{y_2} \Rightarrow y_1 = y_2 \quad \text{تابع است}$$

$$\text{ج-۲)} \quad 2n^2 + 5n + 3 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \rightarrow n_1 = -1 \\ \rightarrow n_2 = \frac{-c}{a} = -\frac{3}{2}$$

$$\text{ج-۴)} \quad (3, m^2) \text{ و } (3, n+2) \leadsto m^2 = n+2 \leadsto m^2 - n - 2 = 0$$

$$n = 2 \rightarrow (2, 1) \text{ و } (2, 4) \quad \times$$

$$n = -1 \rightarrow (-1, 4) \text{ و } (-1, 3) \quad \times \quad \text{به ازای هیچ مقدار } n \text{ عبارت تجزیه نیست!}$$

$$\text{الف-۱۰)} \quad x \sin y = y \sin x \xrightarrow{x=0} 0 \times \sin y = y \times \sin 0$$

y می تواند هر عدد صحیحی باشد پس در واقع بی نهایت دارد در تجزیه نیست!

$$\text{ج-۱۰)} \quad \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$$

این عبارت تنها زمانی برقرار است که $1 = \sqrt{\frac{x}{y}}$ باشد پس

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x = y \text{ و } (x, y \neq 0)$$

