

الف) $x^2 - 5x - 6 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 36 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+4) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$
 ب) $3x^2 - 8x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x - 9 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{9}{3} = 3, x_2 = \frac{-1}{3}$
 ج) $4x^2 - 4x - 3 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, x_2 = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$
 د) $2x^2 - 5x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 5x - 24 = 0 \Rightarrow (x-8)(x+3) = 0 \Rightarrow x_1 = \frac{8}{2} = 4, x_2 = \frac{-3}{2}$

الف) $x^2 - 5x - 14 = 0 \xrightarrow{\text{تجزیه به جمله مشترک}} (x-7)(x+2) = 0 \Rightarrow x_1 = 7, x_2 = -2$
 ب) $2x^2 + 5x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{با روش}} \Delta = 25 - 24 = 1, x = \frac{-5 \pm \sqrt{1}}{4} \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = -\frac{3}{2}$
 ج) $x^2 + 4x + 3 = 0 \xrightarrow{\text{با روش مربع کامل کردن}} (x+1)^2 = -1 \rightarrow \text{ریشه ندارد.}$
 د) $3x^2 + 3x - 2 = 0 \xrightarrow{\text{با روش}} \Delta = 9 + 24 = 33, x = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{-3 + \sqrt{33}}{6}, x_2 = \frac{-3 - \sqrt{33}}{6}$

$A \times B = \{(1,2), (2,2), (3,2), (1,3), (2,3), (3,3)\}$

$B \times B = \{(2,2), (2,3), (3,2), (3,3)\}$

$A \times B - B^c = \{(1,2), (1,3)\}$

الف) $m+2 = m^2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow m=2, m=-1$
 غنق: $m=2$ دلیل: اگر $m=2$ باشد، ما $(2,1)$ و $(2,2)$ خواهیم داشت و دیگر تابع نخواهد بود.

ب) $m+2 = m^2 \xrightarrow{\text{نقد!}} m=2 \times, m=-1$
 غنق: $m=-1$

در این بخش هم مانند تبلی است اما اینبار اگر $m=-1$ باشد، $(-1,2)$ و $(-1,3)$ خواهیم داشت و تابع نمی‌شود.

$a^2 = 3a - 2 \Rightarrow a^2 - 3a + 2 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-1) = 0 \Rightarrow a=2, a=1$
 غنق: $a=1$

$a=1 \Rightarrow (a^2, 3a+2) = (1,5), (1,1) \Rightarrow \text{تابع نیست} \Rightarrow a \neq 1$

$\left. \begin{aligned} x=1 &\Rightarrow x^2-1=ax+b \Rightarrow a+b=0 \\ x=2 &\Rightarrow ax+b=x^2 \Rightarrow 2a+b=1 \end{aligned} \right\} a=1 \Rightarrow b=-1 \Rightarrow \boxed{a \times b = -1}$	6
$x=k \Rightarrow 2x-3=4-3x \Rightarrow 2k-3=4-3k \Rightarrow 5k=7 \Rightarrow \boxed{k=\frac{7}{5}}$	7
الف) $y^3-6y=x^2-4x+3 \xrightarrow[\text{مثال نقض } x=1]{}$ $y^3-6y=0 \Rightarrow y(y^2-6)=0$ $y=0$ $y=\pm\sqrt{6}$ $\times$ ب) $x + y =3 \xrightarrow[\text{مثال نقض } x=0]{}$ $y =3 \Rightarrow y=\pm 3$ $\times$ ج) $y =\sqrt{1-\cos x} \xrightarrow[\text{مثال نقض } x=90]{}$ $y =\sqrt{1-0}=1 \Rightarrow y=\pm 1$ $\times$ د) $y^2+x^2+2x+1=0 \Rightarrow y^2+(x+1)^2=0 \Rightarrow y^2=(x+1)^2=0 \Rightarrow y=0, x=-1$ $\checkmark$ تابع تک نقطه	8
الف) $\sqrt[3]{y_1}+x_1^2=2x_1-1 \Rightarrow x_1^2-2x_1+1=-\sqrt[3]{y_1} \xrightarrow{x_1=x_2} y_1=y_2 \checkmark$ $\sqrt[3]{y_2}+x_2^2=2x_2-1 \Rightarrow x_2^2-2x_2+1=-\sqrt[3]{y_2}$ $y_1^3+2y_1=5x_1$ $x_1=x_2 \Rightarrow y_1^3+2y_1=y_2^3+2y_2 \Rightarrow y_1^3-y_2^3=2y_2-2y_1 \Rightarrow (y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2)=2y_2-2y_1 \Rightarrow (y_1-y_2)(y_1^2+y_1y_2+y_2^2+2)=0$ $\checkmark$ $y_1=y_2$	9
الف) $x \sin y = y \sin x \xrightarrow[\text{مثال نقض } x=90]{}$ $90 \sin y = y \Rightarrow y=90$ $\times$ ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2\sqrt{\frac{x}{y} \times \frac{y}{x}} = 4 \Rightarrow \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 2$ $\Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow x=y \checkmark$ ($y \neq 0$) یاد تیره!	10

* : علامت $\times$ یعنی تابع نیست $\checkmark$ یعنی تابع هست.

ج-۴) $(3, m^2)$ و $(3, m+2) \leadsto m^2 = m+2 \leadsto m^2 - m - 2 = 0$

$m=2 \rightarrow (2, 1)$ و $(2, 4)$ ✕

$m=-1 \rightarrow (-1, 4)$ و $(-1, 3)$ ✕ به ازای هیچ مقدار m عبارت تانژنت!

ج-۱۰) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$

این عبارت تنها زمانی به قدر است که $1 = \sqrt{\frac{x}{y}}$ باشد پس

$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \leadsto \frac{x}{y} = 1 \leadsto x=y$ و $(x, y \neq 0)$

