

$$f(x) = \begin{cases} (x+1)(x+2) & , x > 1 \\ 3x+2 & , x \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 2f(0) &= f(-2) + a \Rightarrow 2(a+1) = a + 3a + 2 \\ \Rightarrow 2a + 2 &= 4a + 2 \Rightarrow a = 0 \end{aligned}$$

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} + x \Rightarrow f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$$

$$\begin{aligned} (\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y}) &= 1 \Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{y} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \Rightarrow f(\sqrt{x}-\sqrt{y}) + f(\sqrt{x}+\sqrt{y}) = 2f\left(\frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right) \\ \Rightarrow \sqrt{x}-\sqrt{y} &= \frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 + 1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} = 2 + \sqrt{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2f(x) - x f(-x) &= 2x^2 - x \quad \text{دقت!} \quad -5f(x) = x \cdot x^2 + x \Rightarrow f(x) = \frac{x^2}{5} - \frac{x}{5} \\ x = -x: 2f(-x) - x f(x) &= 2x^2 + x \quad 4f(-x) - 9f(x) = 12x^2 + 2x \\ 2f(x) - x f(-x) &= 2x^2 - x \quad 5f(x) - 4f(-x) = 12x^2 - 2x \quad (1, 5) \\ 5f(x) &= 10x^2 + x \Rightarrow f(x) = 2x^2 + \frac{x}{5} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (x+y)f(x) - x f(x+y) &= 2x^2 - yx + y^2 + 1 \\ x=0: f(0) &= \frac{y^2 + 1}{y} \Rightarrow \frac{y^2 + 1}{y} = \frac{ay + 1a}{y} \\ x=-y: f(0) &= \frac{ay + 1a}{y} \\ \Rightarrow m &= 2, a = 1 \Rightarrow f(0) = \frac{2 \cdot 0 + 1}{0} = \text{undefined} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) &= \frac{2x^2 + 12x + 2}{x} \quad f(-1) = 2 \\ x = -1 \Rightarrow 2f(-1) &= \frac{2 + 12 + 2}{-1} \Rightarrow f(-1) = -9 \end{aligned}$$

$$\begin{cases} f(x) = (x-1)\sqrt{x(1-x)} & D_f = (-\infty, 1] \\ g(x) = -\sqrt{(1-x)^3} & D_g = (-\infty, 1] \end{cases}$$

در اینجا $f = g$ است.

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x} \Rightarrow D_f = x \geq 0 \\ g(x) = \sqrt{x^3} \Rightarrow D_g = x \geq 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow f = g$ است.

$$\begin{cases} f(x) = [\sqrt{x} - \lfloor \sqrt{x} \rfloor] \\ g(x) = \sqrt{x - \lfloor x \rfloor} \end{cases} \quad D_g = D_f = [0, +\infty)$$

$$f(x) = [\sqrt{x} - \lfloor \sqrt{x} \rfloor] =$$

$\Rightarrow f = g = 0$

$$g = \{(-1, 1), (1, 1), (x, x), (x, 0), (0, x), (0, 0)\}$$

$$a) \left(\frac{f+g}{f-g}\right)(1) = \frac{1+1}{1-1} = \frac{2}{0} = \infty$$

$$b) \left(\frac{f+g}{f-g}\right)(x) = \frac{x+x}{x-x} = \frac{2x}{0} = \infty$$

$$c) f(0)g(-1) = 0 \times 1 = 0$$

$$f(x) = \{(x, 1), (-1, 1), (0, 0), (-2, 2), (x, -1)\}$$

$$a) g(x) = f(x-1) \Rightarrow g(x) = \{(1, 1), (0, 1), (x, 0), (-1, 1), (x, -1)\}$$

$$h(-x) = f(x) = 1, h(-x) = f(x) = -1$$

$$b) h(x) = f(|x|) \Rightarrow h(x) = \{(x, 1), (0, 0), (x, -1)\}$$

حالت متناظر قابل قبول است!

$$2f(n) - 3f(-n) = 4n^2 - n \xrightarrow{x^2} 4f(n) - 4f(-n) = 8n^2 - 2n \quad (3)$$

$$2f(-n) - 3f(n) = 4(-n)^2 + n \xrightarrow{x^3} 4f(-n) - 9f(n) = 12n^2 + 3n$$

$$-5f(n) = 2 \cdot n^2 + n \rightarrow \boxed{f(n) = -\frac{2}{5}n^2 - \frac{n}{5}}$$

۱۰- ب) مثل زمانی که $f(1)=1$ ، اگر رسم کنیم باید n های منفی را حذف کنیم، n های باقی مانده را تغییر ندهیم

پس ۲- و ۱- از دامنه حذف می شوند و باقی n ها تغییر نمی دهند

$$h(n) = \{(\pm 2, 1), (0, 5), (\pm 3, -1)\} = \{(-2, 1), (2, 1), (0, 5), (3, -1), (-3, -1)\}$$

و واقعاً f دیگر n های منفی را نمی شناسد و آن ها را به فرم یک عدد مثبت می بیند