

سوال ۱-

$$A = \{1, 2, 3\} \quad B = \{2, 3\}$$

$$A \times B = \{(1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$B \times B = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

$$A \times B - B \times B = \{(1, 2), (1, 3)\}$$

سوال ۱-

$$f(n) = \{(3, m^2), (2, 1), (-1, m), (-1, m), (3, m+2), (m, 2)\}$$

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \quad (m-2)(m+1) = 0$$

$$m=2 \Rightarrow (2, 1), (m, 2) \Rightarrow (2, 2)$$

$$m=-1 \Rightarrow f(n) = \{(3, 1), (2, 1), (-3, -1), (-3, -1), (2, 1), (-1, 2)\}$$

$$g(n) = \{(3, m^2), (2, 1), (m, 2), (3, m+2), (-2, m), (-1, 2)\}$$

$$(3, m^2) = (3, m+2) \Rightarrow m^2 = m+2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0 \quad (m-2)(m+1) = 0$$

$$m=-1 \Rightarrow (m, 2), (-1, 2) \Rightarrow (-1, 2)$$

$$m=2 \Rightarrow g(n) = \{(3, 4), (2, 1), (2, 4), (3, 4), (-2, 2), (-1, 2)\}$$

سوال ۳-

$$f(n) = \begin{cases} n^2-1 & ; n \leq 1 \\ an+b & ; 1 \leq n \leq 2 \\ n^2 & ; n > 2 \end{cases} \quad \left. \begin{matrix} (n_1, y_1) \\ (n_2, y_2) \end{matrix} \right\} \xrightarrow{n_1=n_2} y_1=y_2 \Rightarrow f(n_1)=f(n_2)$$

$$n=1 \Rightarrow (1)^2-1 = a(1)+b \Rightarrow a+b=0$$

$$n=2 \Rightarrow a(2)+b = (2)^2 \Rightarrow 2a+b=4$$

$$\begin{cases} a+b=0 \\ 2a+b=4 \end{cases} \xrightarrow{x_2-x_1} \begin{cases} 2a+b=0 \\ 2a+b=4 \end{cases} \Rightarrow b=4, a=-4$$

$$a \times b = (-4) \times (4) = -16$$

سوال ۴-

$$f(n) = \begin{cases} n^2-2 & ; n > k \\ \varepsilon - 2n & ; n \leq k \end{cases} \quad \left. \begin{matrix} (n_1, y_1) \\ (n_2, y_2) \end{matrix} \right\} \xrightarrow{n_1=n_2} y_1=y_2 \Rightarrow f(n_1)=f(n_2)$$

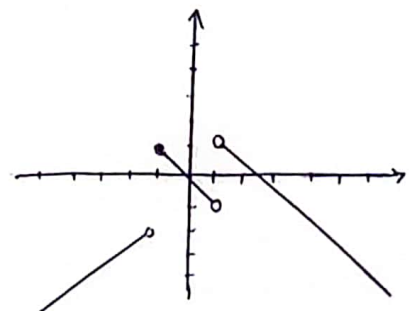
$$n=k \Rightarrow f(k)-2 = \varepsilon - 2(k) \Rightarrow \omega k = \varepsilon \Rightarrow k = \frac{\varepsilon}{\omega} = 1/2$$

سوال ۵-

$$f(n) = \begin{cases} -n+2 & ; n > 1 \\ -n & ; -1 \leq n < 1 \\ n-1 & ; n < -1 \end{cases}$$

$$Df = \mathbb{R} - \{1\}$$

$$\mathbb{R}f = (-\infty, 1]$$



سوال ۶- $\Rightarrow \begin{cases} (x_1, y_1) \\ (x_2, y_2) \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} -x_1^2 - x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 \\ -x_1^2 - x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 - x_1^2 - x_2^2 \end{matrix}$

به نظر می‌رسد مثلث متقعر پیدا شد
یا شکل گسترده‌تری از تعریف ریاضی استفاده می‌کنیم
و عبارت هم‌نام می‌سازیم
که جوابش هر دو برابر و جواب نه (جواب ۲)

ب) $x^2 + 4y^2 - 12y + 10 = 0$

$(x^2 - 4x + 4) + (4y^2 - 12y + 9) = 0 \Rightarrow (x-2)^2 + (2y-3)^2 = 0 \Rightarrow \begin{matrix} x=2 \\ y=1.5 \end{matrix}$



الف) $x \sin y = y \sin x$

$\Rightarrow x \sin y = y \sin x \Rightarrow 0 \times \sin y = y \sin 0$

سوال ۷-

از آنجایی که در طرف

تساوی برابر صفر است

پس به جای آن در هر طرف

می‌توان قرار داد چون در نهایت هر دو در صفر ضرب می‌شوند و صفر می‌شود

پس به ازای یک یا چندین لایه دور می‌توانیم

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2$ از تعریف ریاضی: $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{xy}} = 2 \Rightarrow \frac{|x| + |y|}{\sqrt{xy}} = 2 \Rightarrow \sqrt{xy} \Rightarrow xy > 0$

① $x > 0, y > 0 \Rightarrow \frac{x+y}{\sqrt{xy}} = 2 \Rightarrow x+y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow x+y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{y} \Rightarrow x = y$

② $x < 0, y < 0 \Rightarrow \frac{-x-y}{\sqrt{xy}} = 2 \Rightarrow -x-y = 2\sqrt{xy} \Rightarrow -x-y - 2\sqrt{xy} = 0 \Rightarrow (\sqrt{-x} - \sqrt{-y})^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{-x} = \sqrt{-y} \Rightarrow -x = -y \Rightarrow x = y$

از هر دو رابطه به این نتیجه می‌رسیم که $x = y$ است پس عبارت تابع است

و در هر دو از آنجایی که دو تا عدد یکسان هم به عنوان مخرج ۲ پس هر کدام برابر یک می‌شوند

$\sqrt{\frac{x}{y}} = 1 \Rightarrow \frac{x}{y} = 1 \Rightarrow x = y$
 $\sqrt{\frac{y}{x}} = 1 \Rightarrow \frac{y}{x} = 1 \Rightarrow x = y$
($x, y \neq 0$)

الف) $y = \sqrt{\frac{n-1}{n-3}} + \sqrt{\frac{2-n}{n}}$

$\sqrt{\frac{n-1}{n-3}} = f(n)$

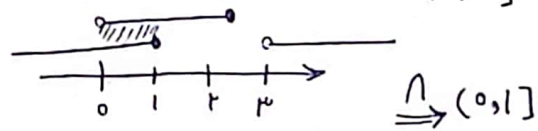
n	۱	۳
$f(n)$	$+$	$-$

$(-\infty, 1] \cup [3, +\infty)$

$\sqrt{\frac{2-n}{n}} = g(n)$

n	۰	۲
$g(n)$	$-$	$+$

$(0, 2]$



ب) $\sqrt{n+1} - \sqrt{3}$

$n \geq 0$

مقدار هر کدام برابر با ۳ باشد
 $\Rightarrow$ مسئله ام من ترانه از سبک پیر
 $\Rightarrow$ چون دو متغیر است چنان $\sqrt{3}$ باشد
 $\Rightarrow 0 \leq n \leq 3$

الف) $y = \frac{\sqrt{n^2 - 5n + 6}}{\sqrt{n^2 - 10n + 16}}$

$\sqrt{n^2 - 5n + 6} = f(n)$

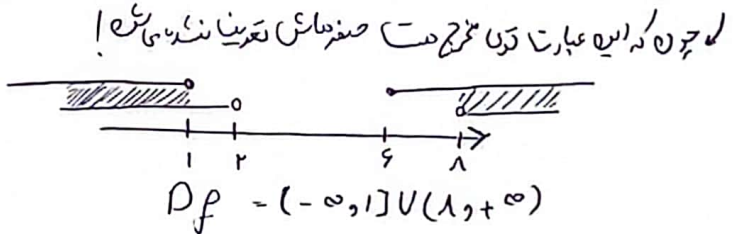
n	۱	۶
$f(n)$	$+$	$-$

$(-\infty, 1] \cup [6, +\infty)$

$\sqrt{n^2 - 10n + 16} = g(n)$

n	۲	۸
$g(n)$	$+$	$-$

$(-\infty, 2] \cup [8, +\infty)$



ب) $y = \frac{\sqrt{n^2 - 5n + 6}}{n^2 - 10n + 16}$

$y = \frac{\sqrt{(n-2)(n-3)}}{(n-2)(n-8)}$

n	۱	۲	۶	۸
y	$+$	$-$	$+$	$-$

$D_f = (-\infty, 1] \cup (2, 6) \cup (8, +\infty)$

الف) $y = \frac{\sqrt{3n^2 - 5n + 3}}{\sqrt{3n^2 - 5n + 2}}$

$\sqrt{3n^2 - 5n + 3} = f(n)$

n	۱	$\frac{5}{3}$
$f(n)$	$+$	$-$

$(-\infty, 1] \cup [\frac{5}{3}, +\infty)$

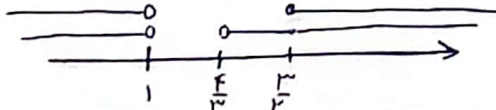
$\frac{3n^2 - 5n + 3}{3n^2 - 5n + 2} \xrightarrow{x^2} \frac{3n^2 - 10n + 6}{3n^2 - 5n + 2} = \frac{(3n-2)(n-3)}{3} = (n-1)(3n-2)$

$\sqrt{3n^2 - 5n + 2} = g(n)$

$\frac{3n^2 - 5n + 2}{3n^2 - 5n + 2} \xrightarrow{x^2} \frac{3n^2 - 10n + 12}{3n^2 - 5n + 2} = \frac{(3n-4)(n-3)}{3} = (n-1)(3n-4)$

n	۱	$\frac{4}{3}$
$g(n)$	$+$	$-$

$(-\infty, 1] \cup [\frac{4}{3}, +\infty)$



چون که این عبارت در مخرج است صفرهای تعریف نشده است!

$$b) y = \sqrt{\frac{r_n^2 - \omega n + \mu}{r_n^2 - \omega n + \xi}}$$

$$y = \sqrt{\frac{(r_n - \mu)(n-1)}{(r_n - \xi)(n-1)}}$$

n	1	$\frac{r}{\mu}$	$\frac{\mu}{r}$
y	+	$\frac{r}{\mu}$ +	$\frac{\mu}{r}$ -
			+

$$D_f = (-\infty, 1) \cup (1, \frac{\xi}{\mu}) \cup [\frac{\mu}{r}, +\infty)$$