(۱)

$A \times B = \{(1,2),(2,2),(2,3),(1,3),(3,2),(3,3)\}$

$B^2 = B \times B = \{(2,3),(2,2),(3,3),(3,2)\}$ $\Rightarrow$ (−)

$\{(1,2),(1,3)\}$

(۲)

الف) $m^2 - m - 2 = (m-2)(m+1)$ → 2 ، -1 ; $m=-1$

تابع نیست ⇐ $(2,1),(2,4)$ ⇐ غ ق ق ← 2

-1 → ق ق

ب) $m^2 - m - 2 = (m-2)(m+1)$ → 2 ، -1 ; به هیچ مقدار m

$(-2,2),(-2,-2)$ غ ق ق : 2 ; -1 → $(1,2),(-1,3)$

(۳)

$a+b = (1)^2 - 1$; $a+b=0$; $b=-a$

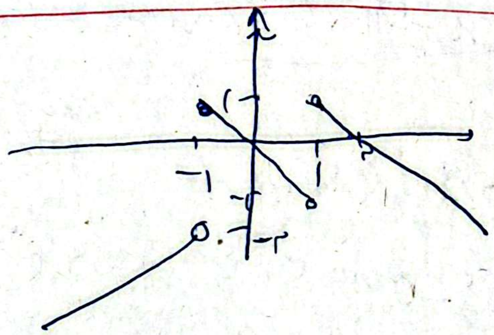
$2a+b = 8$; $a=8$; $b=-8$

$a \times b = -64$

(۴)

$2k-3 = 4-3k \Rightarrow 5k=7$ $k=\frac{7}{5}$

(۵)



$D_f = \mathbb{R} - \{1\}$

$R_f = (-\infty, 1]$

(۶)

الف) $2y^3 = x^2 - 1$ $y^3 = \frac{x^2-1}{2}$

تعریف ریاضی ⇐ $y_1^3 = \frac{x_1^2-1}{2}$ ، $y_2^3 = \frac{x_2^2-1}{2}$ $\xRightarrow{x_1 = x_2}$ $y_1^3 = y_2^3 \Rightarrow y_1 = y_2$ ⇐ تابع است

ب) $(x^2 - 2x + 1) + (4y^2 - 12y + 9) = 0 \Rightarrow (x-1)^2 + (2y-3)^2 = 0$

هر دو صفر ⇐ $x-1=0$ ، $2y-3=0$ $\Rightarrow$ $x=1$ ، $y=\frac{3}{2}$ یک نقطه و تابع است

(۷)

الف) $\xrightarrow{x=0} 2(\sin y) = y(0)$ ⟸

لا بی‌نهایت حالت دارد — تابع نیست

ب) $\sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = 2 \xrightarrow{\text{به توان ۲}} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + 2 = 4$

$\Rightarrow \frac{y}{x} + \frac{x}{y} = 2 \quad \frac{x^2 + y^2}{xy} = 2 \quad x^2 - 2xy + y^2 = 0$

$(x-y)^2 = 0 \Rightarrow x = y$

تابع است

---

(۸)

الف) $\sqrt{\frac{x-1}{x-2}} \quad \frac{x-1}{x-2} \geq 0$ — جدول تعیین علامت: ریشه‌ها ۱، ۲ $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup (2, +\infty)$

$\frac{2-x}{x} \geq 0$ — جدول تعیین علامت: ریشه‌ها ۰، ۲ $\Rightarrow (0, 2]$

اشتراک ⟸ $D_f = (0, 1]$

---

(۹)

الف) $(x-1)(x-4) \geq 0$ — جدول: ۱، ۴ $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup [4, +\infty)$

$x^2 - 10x + 16 \Rightarrow (x-2)(x-8) > 0$ — جدول: ۲، ۸ $\Rightarrow (-\infty, 2) \cup (8, +\infty)$

اشتراک ⟸ $(-\infty, 1] \cup (8, +\infty)$

ب) جدول: ۱، ۲، ۴، ۸

$(-\infty, 1] \cup [2, 4] \cup (8, +\infty)$

---

(۱۰)

الف) $2x^2 - 5x + 3 \geq 0 \Rightarrow (2x-3)(x-1) \geq 0$ — جدول: $1, \frac{3}{2}$ $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$ I

$3x^2 - 7x + 4 \geq 0 \Rightarrow (3x-4)(x-1)$ — جدول: $1, \frac{4}{3}$ $\Rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{4}{3}, +\infty)$ II

$I \cap II \Rightarrow (-\infty, 1] \cup [\frac{3}{2}, +\infty)$

ب) $\frac{2x^2 - 5x + 3}{3x^2 - 7x + 4} \geq 0 \Rightarrow \frac{(2x-3)(x-1)}{(3x-4)(x-1)} \geq 0$

جدول: $1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}$

$D = [\frac{3}{2}, +\infty) \cup (-\infty, 1) \cup (1, \frac{4}{3})$