

الف) $\{(-4, 1), (2, m), (n^2 - n, 3), (5, n), (2, 3)\}$ $f =$ (الف)
 یک به یک $\rightarrow (3, 2), (3, n^2 - n) \rightarrow n^2 - n = 2 \rightarrow (n-2)(n+1) = 0$
 $\checkmark$ $n=2$ $n=-1 \rightarrow (-1, 5), (-1, 4) \propto$

ب) $\{(a, m-1), (a+2, n), (m, 3), (2, 3), (m, 3), (2, 3)\}$ $f =$ (ب)
 یک به یک $\rightarrow (m, 3), (2, 3) \rightarrow m=2 \rightarrow (a, 1), (-1, 1) \rightarrow a=-1$
 $\rightarrow (1, n), (1, 2) \rightarrow n=2$ $\checkmark$

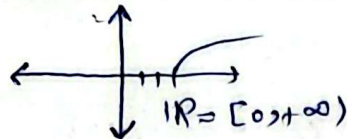
یک به یک $f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ n+a & ; n < 1 \end{cases}$
 حداکثر a عددی است که اگر بجای n در عبارت پایین $\perp$
 بگذاریم برابر ۲ بشود. (چون در تابع یا معنی نیست)
 $\rightarrow 1+a=2 \rightarrow a=1 \rightarrow a = (-\infty, 1]$ $\checkmark$

یک به یک $f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ an+a-1 & ; n \leq 0 \end{cases}$
 می توانیم بفهمیم که a منفی نیست چون اگر مثبت منفی باشد کلی y
 مشترک می شود. $a=0$ هم نیست چون یک به یک نمی شود پس مثبت است
 و باید حداکثر آن در حالت $n=0$ برابر ۲ شود. (اما خود ۲ نه)
 $\rightarrow 0+a-1=2 \rightarrow a=3$ $\checkmark$ $a = (0, 3]$

الف) $y = x^3 + 2$
 چون نه تکراری است نه y پس یک به یک است
 و تابع معکوس دارد. $\checkmark$
 عوض کردن x و y $\rightarrow x = y^3 + 2 \rightarrow y^3 = x-2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$
 از آنجایی که معادله درجه ۳ است و شکل سهمی دارد (یا)
 پس به ازای یک y در بعضی حالات ۳ تا ۳ دارد و یک به یک نیست پس تابع معکوس ندارد.

تابع همگرا فیک است پس یک به یک است. الف) $\frac{3n+1}{n-2} = y \rightarrow R = \mathbb{R} - \{2\}$
 عوض کردن x و y $\rightarrow x = \frac{3y+1}{y-2} \rightarrow y = -\frac{2x-1}{x-3} = \frac{2x+1}{x-3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$
 $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{3\}$ $\checkmark$
 تابع y ثابت است و به ازای $y=2$ $\checkmark$
 بی نهایت از x می دهد پس تابع یک به یک نیست و تابع معکوس ندارد.

$$الف) y = \sqrt{x-3}$$



تابع یک به یک است چون n و g تکراری ندارد.

عوض کردن n در y $\rightarrow n = \sqrt{y-3} \rightarrow n^2 = y-3 \rightarrow y = n^2+3 \rightarrow f^{-1}(n) = n^2+3$ و $n \in [0, +\infty)$

ب) $y = n^2-4n+3$ و $n \in [2, +\infty)$ $\rightarrow -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$ نقطه وسط $\frac{2}{2}$
 تابع یک به یک است چون از $n=2$ به بعد صعودی است.
 عوض کردن n در y $\rightarrow n = \sqrt{y-4n+3} \rightarrow n = (y-2)^2-1 \rightarrow y-2 = \sqrt{n+1} \rightarrow y = \sqrt{n+1}+2$ و $n \in [1, +\infty)$

$f(n) = n + \sqrt{n}$, $n \in (0, +\infty)$ $\rightarrow f^{-1}(n) = an + b - \sqrt{n-c}$
 $R_f = (0, +\infty)$

عوض کردن n $\rightarrow n = y + \sqrt{y} \rightarrow \sqrt{y} = t \rightarrow t^2 + t - n = 0$
 $\rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4n}}{2}$ $t > 0 \rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{1+4n}}{2} \rightarrow y = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4n}}{2}\right)^2$
 $\rightarrow y = n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{1+4n} = n + \frac{1}{4} - \sqrt{n + \frac{1}{4}} \leq \begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{4} \\ c=-\frac{1}{4} \end{cases} \rightarrow a+2b+c=1$

$y = \frac{n}{\sqrt{n^2-2}}$ $D = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty)$ $R = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ $\rightarrow \frac{n_1}{\sqrt{n_1^2-2}} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2-2}} \rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2-2} = \frac{n_2^2}{n_2^2-2}$
 طرفین $\rightarrow n_1^2(n_2^2-2) = n_2^2(n_1^2-2) \rightarrow n_1^2 = n_2^2 \rightarrow n_1 = n_2$ یا $n_1 = -n_2$
 اگر $n_1 = -n_2$ پس علامتشان مخالف هم است ($n_1 \neq 0$) پس:
 که چون یک کسر مثبت می شود و یکی منفی پس غلط می شود و همان $n_1 = n_2$
 پس تابع یک به یک است.
 عوض کردن n $\rightarrow n = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \rightarrow y^2 = \frac{n^2 y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2 = \frac{n^2 y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2(y^2-2) = n^2 y^2 \rightarrow y^2(y^2-2-n^2) = 0$
 $\rightarrow y^2 = 2+n^2 \rightarrow y = \sqrt{2+n^2}$ و $n \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$f^{-1}(n) = \frac{n}{1+|n|}$ $g(n) = \sqrt{n}-1$ $f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5})$
 $\rightarrow f \rightarrow -\frac{2}{5} = \frac{n}{1+|n|} \rightarrow -2|n| = 5n+2$
 $n \geq 0 \rightarrow -7n = 2, n = -\frac{2}{7}$
 $n < 0 \rightarrow -3n = 2, n = -\frac{2}{3}$
 $\rightarrow f(-\frac{2}{5}) = -\frac{2}{5}$
 $\rightarrow g^{-1}(-\frac{2}{5}) = \frac{9}{25}$
 $f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = -\frac{2}{5} + \frac{9}{25} = \frac{27-20}{25} = \frac{7}{25}$

$f^{-1}(n) = \sqrt[3]{n-1}$ $g(n) = f(n) + \sqrt{f(n)}$ $g^{-1}(12) = ?$
 $\rightarrow f(n) \rightarrow n = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow n^3 = y-1 \rightarrow y = n^3+1 \rightarrow f(n) = n^3+1$
 $\rightarrow g(n) = n^3+1 + \sqrt{n^3+1}$ $g^{-1}(12) \rightarrow n^3+1 + \sqrt{n^3+1} = 12$ $\sqrt{n^3+1} = t$
 $t^2 + t - 12 = 0 \rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \rightarrow \sqrt{n^3+1} = -4 \times$
 $\sqrt{n^3+1} = 3 \checkmark \rightarrow n^3+1 = 9$
 $\rightarrow n^3 = 8, n = 2 \rightarrow g^{-1}(12) = 2$