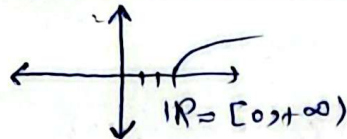


الف) $\{(-4, -1), (2, m), (n^2 - n, 3), (5, n), (2, 3)\}$ $f =$ (الف) یک به یک $\rightarrow (3, 2), (3, n^2 - n) \rightarrow n^2 - n = 2 \rightarrow (n-2)(n+1) = 0$ $n = 2 \rightarrow (-4, -1) \propto (-5, -1) \rightarrow n = -1$ ب) $\{(3, m), (2, 3), (a, m-1), (n, m+2), (3, m)\}$ $f =$ (ب) یک به یک $\rightarrow (m, 3), (2, 3) \rightarrow m = 2 \rightarrow (a, 1), (-1, a) \rightarrow a = -1$ $\rightarrow (1, n), (1, 2) \rightarrow n = 2$	یک به یک $f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ n+a & ; n < 1 \end{cases}$ حد اکثر a عددی است که اگر بجای n در عبارت پایین $\perp$ بگذاریم برابر ۲ بشود. (چون در تابع با منفی نیست) $\rightarrow 1+a = 2 \rightarrow a = 1 \rightarrow a = (-\infty, 1]$
یک به یک $f(n) = \begin{cases} 3n-1 & ; n \geq 1 \\ an+a-1 & ; n \leq 0 \end{cases}$ می توانیم بفهمیم که a منفی نیست چون اگر مثبت منفی باشد کلی y مشترک می شود. $a = 0$ هم نیست چون یک به یک نمی شود پس مثبت است و باید حد اکثر آن در حالت $n = 0$ برابر ۲ شود. (اما خود $n = 0$) $\rightarrow 0+a-1 = 2 \rightarrow a = 3 \rightarrow a = [0, 3]$	چون نه a تکراری است نه y پس یک به یک است و تابع معکوس دارد. الف) $y = x^3 + 2$ عوض کردن x و y $\rightarrow x = y^3 + 2 \rightarrow y^3 = x - 2 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$ ب) $y = x^2 - 4x + 2$ از آنجایی که معادله درجه ۲ است و شکل سهمی دارد (پایین) پس به ازای یک y در بعضی حالات ۲ x دارد و یک به یک نیست پس تابع معکوس ندارد.
تابع همگرا فیک است پس یک به یک است. الف) $\frac{3n+1}{n-2} = y \rightarrow R = \mathbb{R} - \{2\}$ عوض کردن x و y $\rightarrow x = \frac{3y+1}{y-2} \rightarrow y = -\frac{-2x-1}{x-3} = \frac{2x+1}{x-3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{3\}$ ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2$ تابع y ثابت است و به ازای $y = 2$ بی نهایت x می دهد پس تابع یک به یک نیست و تابع معکوس ندارد.	۵

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad \text{الف)}$$



تابع یک به یک است چون n و g تکراری ندارد.

عوض کردن y در $n = \sqrt{y-3} \rightarrow n^2 = y-3 \rightarrow y = n^2+3 \rightarrow f^{-1}(n) = n^2+3, n \in [0, +\infty)$

ب) $y = n^2-4n+3, n \in [2, +\infty)$ نقطه وسط $2 = \frac{2+4}{2}$
 تابع یک به یک است چون از $n=2$ به بعد صعودی است.
 عوض کردن y در $n = \sqrt{y^2-4y+3} \rightarrow n = (y-2)^2-1 \rightarrow y-2 = \sqrt{n+1} \rightarrow y = \sqrt{n+1}+2, n \in [-1, +\infty)$

$f(n) = n + \sqrt{n}, n \in (0, +\infty) \rightarrow f^{-1}(n) = a n + b - \sqrt{n-c}$
 $R_f = (0, +\infty)$

عوض کردن n در $n = y + \sqrt{y} \rightarrow \sqrt{y} = t \rightarrow t^2 + t - n = 0$
 $\rightarrow t = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4n}}{2}, t > 0 \rightarrow t = \frac{-1 + \sqrt{1+4n}}{2} \rightarrow y = \left(\frac{-1 + \sqrt{1+4n}}{2}\right)^2 + \frac{-1 + \sqrt{1+4n}}{2}$
 $\rightarrow y = n + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{1+4n} = n + \frac{1}{4} - \sqrt{n + \frac{1}{4}} \leq \begin{cases} a = \frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \\ c = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad a+2b+c=1$

$y = \frac{n}{\sqrt{n^2-2}}, D = (-\infty, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, +\infty), R = (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 $\frac{n_1}{\sqrt{n_1^2-2}} = \frac{n_2}{\sqrt{n_2^2-2}} \rightarrow \frac{n_1^2}{n_1^2-2} = \frac{n_2^2}{n_2^2-2} \rightarrow n_1^2 = n_2^2 \rightarrow n_1 = n_2 \text{ یا } n_1 = -n_2$
 بررسی می کنیم
 اگر $n_1 = -n_2$ پس علامتشان مخالف هم است ($n_1 \neq 0$) پس:
 که چون یک کسر مثبت می شود و یکی منفی پس غلط می شود و همان $n_1 = n_2$
 پس تابع یک به یک است.
 عوض کردن n در $n = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \rightarrow y^2 = \frac{n^2}{y^2-2} \rightarrow y^2(y^2-2) = n^2 \rightarrow y^4 - 2y^2 - n^2 = 0$
 $\rightarrow y = \frac{\sqrt{2n}}{n^2-1}, n \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$

$f^{-1}(n) = \frac{n}{1+|n|}, g(n) = \sqrt{n}-1, f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5})$
 $\rightarrow f \rightarrow -\frac{2}{5} = \frac{n}{1+|n|} \rightarrow -2|n| = n+2$
 $n > 0 \rightarrow -2n = n+2 \rightarrow n = -\frac{2}{3}$
 $n < 0 \rightarrow -2n = n+2 \rightarrow n = -\frac{2}{3}$
 $\rightarrow f(-\frac{2}{5}) = -\frac{2}{5}$
 $\rightarrow g^{-1}(-\frac{2}{5}) = \frac{9}{25}$
 $f(-\frac{2}{5}) + g^{-1}(-\frac{2}{5}) = -\frac{2}{5} + \frac{9}{25} = \frac{27-20}{25} = \frac{7}{25}$

$f^{-1}(n) = \sqrt[3]{n-1}, g(n) = f(n) + \sqrt{f(n)}, g^{-1}(12) = ?$
 $\rightarrow f(n) \rightarrow n = \sqrt[3]{y-1} \rightarrow n^3 = y-1 \rightarrow y = n^3+1 \rightarrow f(n) = n^3+1$
 $\rightarrow g(n) = n^3+1 + \sqrt{n^3+1}, g^{-1}(12) \rightarrow n^3+1 + \sqrt{n^3+1} = 12 \xrightarrow{\sqrt{n^3+1}=t}$
 $t^2 + t - 12 = 0 \rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \rightarrow \begin{cases} \sqrt{n^3+1} = -4 \times \\ \sqrt{n^3+1} = 3 \checkmark \end{cases} \rightarrow n^3+1 = 9$
 $\rightarrow n^3 = 8, n = 2 \rightarrow g^{-1}(12) = 2$