

* اگر تابع یک به یک نباشد y ها ممکن نیستند $\Rightarrow m=3, n=2$ ✓

الف) $f = \{(2, n), (3, n), (m, 2), (-1, 4)\}$ $\Rightarrow m=3, n=2$ ✓

$n^2 - n = 2 \rightarrow n \in \{-1, 2\}$ $\rightarrow (-1, 4), (-1, 4) \rightarrow$ تابع نیست $\times$

ب) $f = \{(-1, 1), (1, 2), (2, 3), (a, m-1), (a+2, n), (m, 3)\}$ $\Rightarrow m=2, n=2, a=-1$ ✓

$a=-1 \Rightarrow (1, 2), (-1+2, n) \Rightarrow n=2$ ✓

* اگر خط افق خود را حاصل رادیش از یک نقطه قطع کند به عرض اندازد

خط حوم (a) کمتر مساوی $+1$ باشد $\leftarrow a \leq +1$

چون خط $x+a$ خط شیب $+1$ است و اگر عرض اندازد $\Rightarrow a \leq +1$ ✓

این از $+1$ بیشتر باشد خود را آن مانند خطها نقطه چین خط اول را قطع می‌کند

الف) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a, & x < 1 \end{cases}$

ب) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a-1, & x \leq 0 \end{cases}$ عرض اندازد

$\begin{cases} a > 0 \\ a-1 < 2 \rightarrow a < 3 \end{cases} \Rightarrow 0 < a < 3$ ✓

* خط قابل قبول است که شیب آن $\oplus$ باشد.

* خط قابل قبول است که عرض از مبدأ آن کمتر از صفر باشد.

* پس اشتراک این دو شرط را می‌گیریم.

الف) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a-1, & x \leq 0 \end{cases}$ اشتراک $\Rightarrow (0, 1)$

ب) $f(m) = \begin{cases} 3x-1, & x > 1 \\ x+a-1, & x \leq 0 \end{cases}$ اشتراک $\Rightarrow (0, 1)$

$0 < a < 3$ ✓

الف) $x^3 + 2 \rightarrow y = x^3 + 2$ این تابع یک به یک است چون هیچ خط افق این نمودار را دوبار قطع نمی‌کند! $\Rightarrow x = y^3 + 2$

ب) $y = x^2 - 4x + 2$ $\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(2-y)}}{2} = 2 \pm \sqrt{y-2}$ $\Rightarrow y \geq 2$

این تابع یک به یک نیست چون خط افق نمودار آن را دیش از یک نقطه قطع کرده است! $\times$

الف) $y = \frac{2x+1}{x-2}$ $\Rightarrow x = \frac{2y+1}{y-2} \Rightarrow y = -\frac{2x+1}{x-3} = \frac{2x+1}{x-3}$ $\Rightarrow y = 2$

ب) $y = \frac{4+2x}{x+2} = \frac{2x+4}{x+2} = \frac{2(x+2)}{x+2} = 2 \Rightarrow y = 2$

این تابع یک به یک نیست $\times$

تابع معکوس تابع اول است

الف) $y = \sqrt{x-3}$
 معکوس اول است

$x = \sqrt{y-3} \rightarrow x^2 = y-3 \rightarrow y = x^2+3$
 معکوس دوم است

ب) $y = x^2 - 4x + 3, x \in [2, \infty)$
 $\rightarrow \text{ext} / -\frac{b}{2a} = \frac{4}{2} = 2$
 $y = (2)^2 - 4(2) + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$
 $\rightarrow \text{ext} / -1$

$y = (x-2)^2 - 1$
 $x = (y+1)^2 - 1 \rightarrow (y+1)^2 = x+1$
 $y+1 = \sqrt{x+1} \rightarrow y = \sqrt{x+1} - 1$
 معکوس دوم است

$f(x) = x + \sqrt{x}, x \in (0, \infty)$

د) $x = y + \sqrt{y} \rightarrow x = y + \sqrt{y} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4}$

$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c}$

$a+2b+c=5$

$x = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} \rightarrow x + \frac{1}{4} = (\sqrt{y} + \frac{1}{4})^2$

$\sqrt{y} + \frac{1}{4} = \begin{cases} +\sqrt{x+\frac{1}{4}} \checkmark \\ -\sqrt{x+\frac{1}{4}} \times \end{cases}$

$\rightarrow \sqrt{y} = \sqrt{x+\frac{1}{4}} - \frac{1}{4} \rightarrow y = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x+\frac{1}{4}}$
 $a+2b+c=1$

$a=1, b=\frac{1}{4}, c=-\frac{1}{4}$

$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$
 $y = \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow x_1^2(x_2^2-2) = x_2^2(x_1^2-2) \Rightarrow x_1^2 x_2^2 - 2x_1^2 = x_1^2 x_2^2 - 2x_2^2 \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$
 $\Rightarrow x_1 = \pm x_2$
 $y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2-2}} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-2}$

$x^2 = \frac{y^2}{y^2-2} \rightarrow y^2 = \frac{2x^2}{x^2-1} \rightarrow y = \sqrt{\frac{2x^2}{x^2-1}} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2-1}}$

$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \rightarrow (f^{-1})^{-1} = f \rightarrow f(x) = \frac{x}{1+|x|} \rightarrow x = \frac{y}{1+|y|}$

$g(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow y = \sqrt{x-1} \rightarrow x = y^2 + 1 \rightarrow \sqrt{y} = x+1 \rightarrow y = (x+1)^2 \rightarrow g^{-1}(x) = (x+1)^2$

$f(-\frac{1}{5}) + g^{-1}(\frac{1}{5}) = ?$
 $g^{-1}(-\frac{1}{5}) = (-\frac{1}{5} + 1)^2 = (\frac{4}{5})^2 = \frac{16}{25}$
 $f(-\frac{1}{5}) \rightarrow R_f = ? \rightarrow R_f = D_{f^{-1}} \rightarrow \frac{x}{1+|x|} = -\frac{1}{5} \rightarrow x = -\frac{1}{6} \rightarrow R_f = D_{f^{-1}}$
 $f(-\frac{1}{5}) + g^{-1}(\frac{1}{5}) = -\frac{1}{6} + \frac{16}{25} = \frac{-25 + 96}{150} = \frac{71}{150}$

$f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow f(x) = \sqrt[3]{x-1} \rightarrow x = y^3 + 1 \rightarrow y = \sqrt[3]{x-1}$
 $g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \rightarrow g(x) = x^{\frac{1}{3}} + 1 + \sqrt{x^{\frac{1}{3}} + 1}$

$g^{-1}(12) = ?$
 $g(x) = 12 = x^{\frac{1}{3}} + 1 + \sqrt{x^{\frac{1}{3}} + 1} \rightarrow x^{\frac{1}{3}} + \sqrt{x^{\frac{1}{3}} + 1} = 11$
 $\Rightarrow x = 1$
 $g^{-1}(12) = 1$