

$f = \{(\underline{(r, r)}, (n, d)), (\underline{(3, n^2 - n)}, (m, r)), (-1, e)\}$ where
 $n^2 - n = r$, $n^2 - n - r = 0 \Rightarrow \frac{n-1}{n+1} \Rightarrow m(-1, d), (-1, e), (r, r) \Rightarrow$ صحیح
 $m=3$

$f = \{(-b, 1), (b, r), (r, n), (a, m-1), (a+r, n), (m, n)\}$
 $\Rightarrow$ $m=r \Rightarrow f = \{(-b, 1), (b, r), (r, n), (a, 1), (a+r, n)\}$
 $\Rightarrow$ $a=1 \Rightarrow f = \{(-b, 1), (b, r), (r, n), (1, n)\} \Rightarrow n=r$

چند تابع ای است پس باید که شرط رعایت شود
 شرط اول: در هر کدام از بازه ها باید یک به یک
 باشد یعنی چون در هر دو بازه یک تابع خطی باشد مخالف صفر داریم پس این شرط
 رعایت شده.
 شرط دوم: اشتراک برد آنها تهی باشد
 $y_1 = 3x - 1 ; x \geq 1 \Rightarrow R_{y_1} = [2, +\infty)$
 $y_2 = x + a ; x < 1 \Rightarrow R_{y_2} = (-\infty, a+1)$
 $[2, +\infty) \cap (-\infty, a+1) = \emptyset$
 $\Rightarrow 2 \geq a+1 \Rightarrow a \leq 1$

مثال سوال ۲ باید در نظر دارا

دعایت کرد:

شرط ① چون هر دو تابع خطی هستند نقطه نباید شیب صفر باشد (=)

شرط ②

تابع با توجه به خطی بودن آن چهار ازای حداقل سه مقدار می تواند

و مثبت بودن شیب

$y = x^3 + 2 \quad y_1 = y_2 \quad \Rightarrow \quad x_1^3 + 2 = x_2^3 + 2 \Rightarrow x_1 = x_2$ تک به تک
 $x^3 = y - 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{y-2} \Rightarrow y = \sqrt[3]{x-2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt[3]{x-2}$ تک به تک
 $y = x^3 - 4x + 2$ نمودار این همی است
خط d
در دو نقطه با هم را قطع کرد = 2 تک به تک نیست
نمودار
این تک به تک نیست

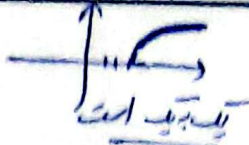
الف) $y = \frac{3x+1}{x-2}$ $\xrightarrow{\text{یک تابع همگرا نیست پس یک است}}$ $x = \frac{y+1}{y-3} \Rightarrow y = \frac{3x+1}{x-2} = f(x) = \frac{3x+1}{x-2}$

ج) $y = \frac{x+r_n}{n+r} = 1$



مستقیم نیست

$$y = \sqrt{x-3}$$



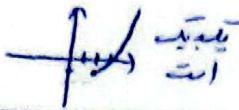
$$y = \sqrt{x-3} \Rightarrow x-3 = y^2$$

$$\Rightarrow x = y^2 + 3 \Rightarrow \begin{cases} y = x^2 + 3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$f^{-1}(x) = x^2 + 3$$

$$R_f = D_{f^{-1}} = [0, +\infty)$$

$$y = x^2 - 2x + 3, x \in [1, +\infty)$$



$$y = x^2 - 2x + 3 \Rightarrow y = x^2 - 2x + 1 + 2 = (x-1)^2 + 2$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 = y-2 \Rightarrow x = 1 \pm \sqrt{y-2} \Rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$$

$$D_f = R_{f^{-1}} = [1, +\infty)$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} + 2$$

$$(R_f = D_{f^{-1}} = [-1, +\infty))$$

$$y = x + \sqrt{x}$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow x_1 + \sqrt{x_1} = x_2 + \sqrt{x_2}$$

$$\Rightarrow (\sqrt{x_2} - \sqrt{x_1})(\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1} + 1) = 0 \Rightarrow \sqrt{x_2} - \sqrt{x_1} = 0 \Rightarrow \sqrt{x_2} = \sqrt{x_1}$$

$$\sqrt{x_2} + \sqrt{x_1} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{x_2} + \sqrt{x_1} + 1 \geq 1$$

$$\Rightarrow |x_2| = |x_1| \Rightarrow \begin{cases} x_1 = x_2 \\ x_1 = -x_2 \end{cases}$$

$$y = x + \sqrt{x} \Rightarrow y = x + \sqrt{x} + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2 - \frac{1}{4} \Rightarrow y + \frac{1}{4} = (\sqrt{x} + \frac{1}{4})^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} + \frac{1}{4} = \pm \sqrt{y + \frac{1}{4}} \Rightarrow \sqrt{x} = \pm \sqrt{y + \frac{1}{4}} - \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = x + \frac{1}{4} - \sqrt{x + \frac{1}{4}}$$

$$f^{-1}(x) = ax + b - \sqrt{x-c} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{4} \\ c=-\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow a+2b+c=1+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}=1$$

$$\Delta \text{ (I)} \quad y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$$

$$y_1 = y_2 \Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2-2}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^2-2}} \Rightarrow \frac{x_1^2}{x_1^2-2} = \frac{x_2^2}{x_2^2-2} \Rightarrow \frac{x_1^2 - x_2^2}{x_1^2 - 2} = \frac{x_2^2 - x_1^2}{x_2^2 - 2}$$

$$\Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2 \Rightarrow \text{اما چون } x \text{ و } y \text{ هر دو علامت هستند } x_1 = x_2$$

$$y = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}} \Rightarrow y^2 = \frac{x^2}{x^2-2} \Rightarrow x^2 = \frac{y^2}{y^2-1} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{y^2}{y^2-1}} \Rightarrow x = \frac{y}{\sqrt{y^2-1}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-1}}$$

$$g(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow g^{-1}(\sqrt{x-1}) = x$$

$$\sqrt{x-1} = \frac{x}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow \sqrt{x-1} = \frac{x}{\sqrt{x-1}} \Rightarrow x = \frac{9}{16}$$

$$f^{-1}(x) = \frac{x}{1+|x|} \Rightarrow f\left(\frac{x}{1+|x|}\right) = x$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{16} \text{ (I)}$$

$$\frac{x}{1+|x|} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{x}{1-x} = \frac{9}{7} \Rightarrow 7x = 9-9x \Rightarrow 16x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{16}$$

$$(II), (I)$$

$$\Rightarrow f\left(-\frac{9}{16}\right) + g\left(-\frac{9}{16}\right) = \frac{9}{16} - \frac{9}{16} = 0 \Rightarrow \frac{9}{16} - \frac{9}{16} = 0 \Rightarrow \frac{9}{16} = \frac{9}{16} \Rightarrow x = -\frac{9}{16} \text{ (II)}$$

$$g(x) = f(x) + \sqrt{f(x)} \Rightarrow g^{-1}(f(x) + \sqrt{f(x)}) = x \text{ (I)}$$

$$f^{-1}(x) = \sqrt{x-1} \Rightarrow f(\sqrt{x-1}) = x \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + 1 \end{cases} \text{ (II)}$$

$$\sqrt{x-1} = t \Rightarrow t^2 = x-1 \Rightarrow x = t^2 + 1$$

$$(I) \times (II)$$

$$\Rightarrow g^{-1}(\sqrt{x^2+1} + x^2+1) = g^{-1}(12) \Rightarrow \sqrt{x^2+1} + x^2+1 = 12$$

$$\Rightarrow t^2 + t = 12 \Rightarrow t^2 + t - 12 = 0 \Rightarrow (t+4)(t-3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = -4 \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = -4 \\ t = 3 \Rightarrow \sqrt{x^2+1} = 3 \Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = \pm 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g^{-1}(12) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 = 8 \Rightarrow x = 2$$