سید سپهر میرعین اللهی

①

الف) $f=\{(۲,۴),(x,۵),(۲,x^۲-x),(m,۲),(-۱,۴)\}$

$x^۲-x=۲ \begin{cases} x=-۱ \to \text{غ ق} \to \{(-۱,۵),(-۱,۴),(۲,۴)\} \\ x=۲ \to \text{ق ق} \end{cases}$

$\Rightarrow m=۳$

ب) $f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(a,m-۱),(a+۲,x),(m,۳)\}$

$\Rightarrow m=۲ \Rightarrow f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(a,۱),(a+۲,x)\}$

$\Rightarrow a=۱ \Rightarrow f=\{(-۱,۱),(۱,۲),(۲,۳),(۱,x)\} \Rightarrow \boxed{x=۲}$

②

با توجه به ترتیب ضابطه $x+۲$ و $۳x-۱$ تقاطع ② است پس اگر ما در $x=a$ به هم باید مساوی و کوچکتر از ۲ بشود (چون ادامه آن نیست می تواند برابر ۲ بشود)

$۲\geq a+۱ \Rightarrow a\leq ۱ \Rightarrow (-\infty,۱]$

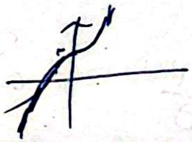
③

ازا a باید بزرگتر صفر بشود وگرنه به صورت V شکل می شود و یک به یک نیست $a\geq ۰$ مثل سوال بالا عمل می کنیم

$x=۲ = ۲a<۳$ $\qquad a-۱<۲ \Rightarrow \boxed{a<۳}$ ق ق

④

الف) $y=x^۳+۲$ یک به یک است



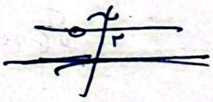
$y-۲=x^۳ \quad x=\sqrt[۳]{y-۲} \Longrightarrow y=\sqrt[۳]{x-۲}=y^{-۱}$

ب) تابع نیست — سهمی است

⑤

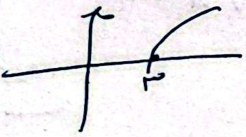
الف) $y=\frac{۲x+۱}{x-۲} \xrightarrow{\text{تابع همگرافیک}} x=\frac{۲y+۱}{y-۲} \Rightarrow y=\frac{۲x+۱}{x-۲} \Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{۲x+۱}{x-۲}$

ب) $y=\frac{۴+۲x}{x+۲}=۲ \Longrightarrow$ یک به یک نیست



⑥

الف) $y=\sqrt{x-۳} \Rightarrow$



$y^۲+۳=x \quad \boxed{y=x^۲+۳}$

ب) $y=x^۲-۴x+۳ \quad x\in[۲,+\infty)$ ← $-\frac{b}{۲a}$ که برابر ۲ است

$(x-۲)^۲-۱=y \quad \sqrt{y+۱}+۲=x$

$y=\sqrt{x+۱}+۲$

(۷)

$f(x) = x+\sqrt{x} \Rightarrow (\sqrt{x}+\frac{۱}{۲})^{۲} - \frac{۱}{۴}$

$\sqrt{y+\frac{۱}{۴}} = \sqrt{x}+\frac{۱}{۲}$ $\quad \sqrt{y+\frac{۱}{۴}} - \frac{۱}{۲} = \sqrt{x}$ $\quad x = y+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۴}-\sqrt{y+\frac{۱}{۴}}$

$\Rightarrow y = x+\frac{۱}{۲}-\sqrt{x+\frac{۱}{۴}}$ $\quad \Rightarrow a=۱ \quad b=\frac{۱}{۲} \quad c=-\frac{۱}{۴}$

$a+۲b+۴c = $ ①

(۸)

$\frac{x_1}{\sqrt{x_1^{۲}-۲}} = \frac{x_2}{\sqrt{x_2^{۲}-۲}} \Rightarrow \frac{x_1^{۲}}{x_1^{۲}-۲} = \frac{x_2^{۲}}{x_2^{۲}-۲} \Rightarrow x_1^{۲}x_2^{۲}-۲x_1^{۲} = x_1^{۲}x_2^{۲}-۲x_2^{۲}$

$\Rightarrow x_1^{۲} = x_2^{۲} \Rightarrow x_1 = \pm x_2 \Longrightarrow x_1 = x_2 \Rightarrow$ [illegible]

$\Rightarrow$ تابع یک به یک

$y^{۲} = \frac{x^{۲}}{x^{۲}-۲} \quad , \quad x^{۲} = \frac{۲y^{۲}}{y^{۲}-۱} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{۲y^{۲}}{y^{۲}-۱}}$

[illegible]

$\Rightarrow y = \frac{x\sqrt{۲}}{\sqrt{x^{۲}-۱}} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x\sqrt{۲}}{\sqrt{x^{۲}-۱}}$

(۹)

$\frac{x}{۱+|x|} = \frac{-۲}{۵} \quad ۵x = -۲+۲|x| \Rightarrow ۳x = -۲ \quad x = -\frac{۲}{۳}$

$\sqrt{x}-۱ = -\frac{۲}{۵} \Rightarrow x = \frac{۹}{۲۵} \quad \frac{۹}{۲۵}-\frac{۲}{۳} = -\frac{۲۳}{۷۵}$

(۱۰)

$y = \sqrt[۳]{x-۱} \quad y^{۳} = x-۱ \quad y^{۳}+۱ = x \Rightarrow y = x^{۳}+۱$

$f(x) = x^{۳}+۱$

$۱۲ = x^{۳}+۱+\sqrt{x^{۳}+۱} \quad ۱۱ = x^{۳}+\sqrt{x^{۳}+۱}$

$\boxed{x = ۲}$

$\Rightarrow g^{-1}(۱۲) = ۲$