نام و نام خانوادگی ......علیرضا جوانبخت...... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ...۱۰... کلاس ...یازدهم ب... A

۱

الف) $x=۳$

$x^۲-x=۲$

$x^۲-x-۲=۰ \to (x-۲)(x+۱)$

$\boxed{x=۲}$

$x=-۱ \rightsquigarrow$ ✗

ب) $x=۲$

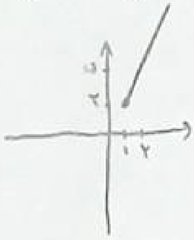
$(a,۱),(a+۲,x)$

$\boxed{a=-۱}$

$a+۲=①$ $(۱,x)\to \boxed{x=۲}$

۲

$f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ & ; x\geq ۱ \\ x+a & ; x<۱ \end{cases}$



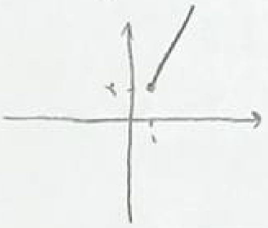
برای اینکه تابع یک‌به‌یک باشد باید $x+a\leq ۲$ شود،

$\begin{cases} x<۱ \\ x+a\leq ۲ \end{cases}$

$\boxed{a\leq ۱}$

۳ ؟

$f(x)=\begin{cases} ۳x-۱ & ; x\geq ۱ \\ ax+a-۱ & ; x\leq ۰ \end{cases}$



چون می‌خواهیم تابع یک‌به‌یک باشد باید شیب (a) بیشتر از صفر باشد،

$a>۰ \quad (I)$

$a-۱\leq ۲$

$a\leq ۳ \quad (II)$

$(I),(II) \Longrightarrow \boxed{۰<a\leq ۳}$

۴

الف) $y=x^۳+۲$

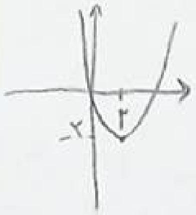
یک‌به‌یک است

$x=y^۳+۲$

$x-۲=y^۳$

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۲}$

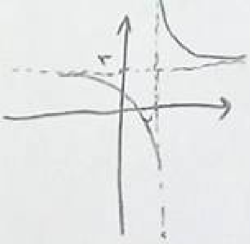
ب) $y=x^۲-۴x+۲$



تابع یک‌به‌یک نیست

۵

الف) $y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$

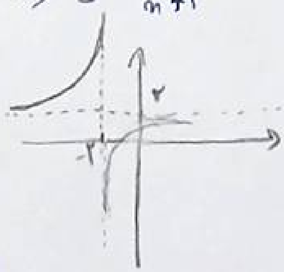


یک‌به‌یک هست

$x=\frac{-۲y-۱}{۳-y}$

$f^{-1}(x)=\frac{-۲x-۱}{۳-x}$

ب) $y=\frac{۴+۲x}{x+۲}$



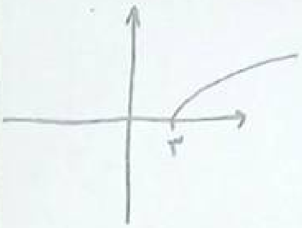
یک‌به‌یک هست

$x=\frac{۴-۲y}{۲-y}$

$f^{-1}(x)=\frac{۴-۲x}{۲-x}$

۶

الف) $y=\sqrt{x-۳}$ تابع یک به یک است



$x=\sqrt{y-۳}$

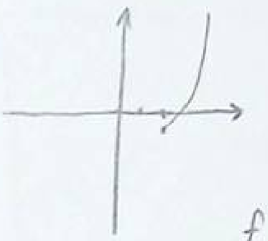
$x^۲=y-۳$

$y=x^۲+۳$

$f^{-1}(x)=x^۲+۳$

ب) $y=x^۲-۴x+۳,\ x\in[۲,+\infty)$

تابع یک به یک است



$y=(x-۲)^۲-۱$

$x-۲=\pm\sqrt{y+۱}$

$x=۲\pm\sqrt{y+۱}$

$f^{-1}(x)=۲+\sqrt{x+۱}$

۷

$f(x)=x+\sqrt{x}\qquad \sqrt{x}=t \Rightarrow y=t^۲+t \Rightarrow t^۲+t-y=۰$

$t=\frac{-۱\pm\sqrt{۱+۴y}}{۲} \xrightarrow{D_f>۰} t=\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲} \Rightarrow x=\left(\frac{-۱+\sqrt{۱+۴y}}{۲}\right)^۲ \Longrightarrow$

$x=\frac{۱+۱+۴y-۲\sqrt{۱+۴y}}{۴} \Rightarrow y=\frac{۴x+۲-۲\sqrt{۱+۴x}}{۴}$

$f^{-1}(x)=ax+b-\sqrt{x-c}$

$\Rightarrow a=۱,\ b=\frac{۱}{۲},\ c=-\frac{۱}{۴}$

$a+۲b+۴c=۱+۱-۱=①$

۸

$y=\frac{x}{\sqrt{x^۲-۲}} \Rightarrow \frac{x_۱^۲}{x_۱^۲-۲}=\frac{x_۲^۲}{x_۲^۲-۲} \Rightarrow \cancel{x_۱^۲x_۲^۲}-۲x_۱^۲=\cancel{x_۲^۲x_۱^۲}-۲x_۲^۲$

$x_۱^۲=x_۲^۲ \to x_۱=\pm x_۲ \to$ تابع یک به یک است

$x=\frac{y}{\sqrt{y^۲-۲}} \Rightarrow x^۲=\frac{y^۲}{y^۲-۲} \to y^۲x-۲x^۲=y^۲ = y^۲x-y^۲=۲x^۲$

$y^۲=\frac{۲x^۲}{x^۲-۱} \to \boxed{y=\pm\sqrt{\frac{۲x^۲}{x^۲-۱}}=\frac{\sqrt{۲}x}{\sqrt{x^۲-۱}}}$

۹

$f^{-1}(x)=\frac{x}{۱+|x|} \overset{\text{تابع وارون}}{\rightsquigarrow} f(x)=\frac{x}{۱-|x|} \rightsquigarrow f\left(-\frac{۲}{۵}\right)=\frac{-\frac{۲}{۵}}{۱-\left|-\frac{۲}{۵}\right|}=\frac{-\frac{۲}{\cancel{۵}}}{\frac{۳}{\cancel{۵}}}=\boxed{-\frac{۲}{۳}}\ (I)$

$g(x)=\sqrt{x}-۱ \rightsquigarrow y=x^۲+۲x+۱ \to g^{-1}\left(-\frac{۲}{۵}\right)=\frac{۹}{۲۵}\ (II)$

$y=\sqrt{x}-۱$

$y+۱=\sqrt{x}$

$y^۲+۱+۲y=x$

$(I),(II) \Rightarrow -\frac{۲}{۳}+\frac{۹}{۲۵}=\boxed{\frac{-۲۳}{۷۵}}$

۱۰

$f^{-1}(x)=\sqrt[۳]{x-۱} \rightsquigarrow y=\sqrt[۳]{x-۱} \rightsquigarrow x=\sqrt[۳]{y-۱} \Rightarrow x^۳=y-۱ \to \boxed{x^۳+۱=y}$

$\boxed{f(x)=x^۳+۱}\qquad g(x)=f(x)+\sqrt{f(x)} \xrightarrow{\text{طبق سوال ۷}} g^{-1}(x)=f(x)+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\sqrt{۱+۴f(x)}$

$g^{-1}(۱۲)=x^۳+۱+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\sqrt{۱+۴x^۳+۴}=۱۷۲۸+۱+\frac{۱}{۲}-\frac{۱}{۲}\sqrt{۶۹۱۷}$