

$$f(n) = \begin{cases} n^3 - 4 & ; n > a \\ 12n - 20 & ; n \leq a \end{cases}$$

از آنجایی که ضرب با ۱۱ است و در دامنه پایینی فقط محسبات باید $n^3 - 4 \geq 12n - 20$ در ازای a برقرار شود. $n^3 - 12n + 14 \geq 0 \xrightarrow{\text{برای تجزیه}} (n-2)(n-2)(n+4) \geq 0$ پس به ازای $a \in [-4, +\infty)$ تابع یک به یک است.

$$f(n) = 3n + k \quad f^{-1}(2) = 4 \rightarrow f(4) = 2$$

$$\rightarrow f(4) = 12 + k = 2 \rightarrow k = -10 \rightarrow f(n) = 3n - 10$$

الف) $f(7) = 3(7) - 10 = 21 - 10 = 11$

ب) $f(f(n)) = f(3n - 10) = 3(3n - 10) - 10 = 9n - 30 - 10 = 9n - 40$

$$f(n) = \frac{an}{n-1} \quad A(2a, a)$$

$$y = \frac{an}{n-1} \xrightarrow{\text{معکوس}} n = \frac{ay}{y-1} \rightarrow yn - n = ay \rightarrow y(n-a) = n$$

$$\rightarrow y = \frac{n}{n-a} \rightarrow f^{-1}(n) = \frac{n}{n-a} \xrightarrow{A(2a, a)} a = \frac{2a}{2a-a} = 2$$

$$f = \{(3, 5), (4, 7), (7, 2), (9, 4)\} \quad g = \{(3, 2), (1, 4), (9, 5)\}$$

الف) $f \circ f^{-1} = \{(5, 5), (7, 7), (2, 2), (4, 4)\}$

ب) $f^{-1} \circ f = \{(3, 3), (4, 4), (7, 7), (9, 9)\}$

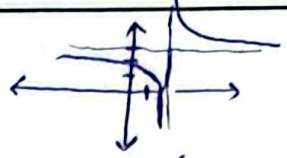
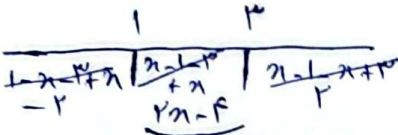
ج) $f \circ g^{-1} = \{(2, 5), (5, 4)\}$

د) $g^{-1} \circ f = \{(3, 9), (7, 3), (9, 1)\}$

$$f = \{(2, 4), (4, 1), (9, 5)\} \quad g = \{(2, 1), (4, 3), (9, 5)\}$$

$$h = \{(1, 2), (3, 4), (4, 1), (5, 1)\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \left\{ \left(1, \frac{2}{4}\right), \left(3, \frac{4}{1}\right), \left(5, \frac{1}{5}\right) \right\} = \left\{ \left(1, \frac{1}{2}\right), \left(3, \frac{1}{4}\right) \right\}$$

$y = \frac{3n+1}{n-2} \xrightarrow{\text{عکس لاین}} \begin{aligned} \text{میان بدی} &= -\frac{d}{c} = -\frac{-3}{-1} = 2 \\ \text{میان بدی} &= \frac{a}{c} = 3 \end{aligned}$  پس تابع معکوس پذیر است. $y = \frac{3n+1}{n-2} \xrightarrow{\text{معکوس}} n = \frac{3y+1}{y-2} \rightarrow y = -\frac{-2n-1}{n-3} = \frac{2n+1}{n-3}$ میان بدی = 3 میان بدی = 2 	۶
$f(n) = n-1 - n-3 $ دارون پذیر $[a, b]$ حد اکثر  $[a, b] = [1, 3] \rightarrow y = 2n - 4 \xrightarrow{\text{معکوس}} n = 2y - 4$ $\rightarrow y = \frac{n+4}{2}$	۷
$f(n) = \begin{cases} n^2 + 4 & n \geq 1 \\ 4n - 1 & n \leq 0 \end{cases}$ ی داریم اولی با n بیشتر عوارض بیشتر دومی با n کمتر عوارض کمتر می شود پس min بالایی و max پایینی را مقایسه می کنیم. پس معکوس پذیر است. میکوس $\rightarrow y = n^2 + 4 \rightarrow n = \sqrt{y-4} \rightarrow y = \sqrt{n-4}$, $D = [4, +\infty)$ میکوس $\rightarrow y = 4n - 1 \rightarrow n = \frac{y+1}{4} \rightarrow y = \frac{n+1}{4}$, $D = (-\infty, 1]$ $\begin{cases} \sqrt{n-4} & n \geq 4 \\ \frac{n+1}{4} & n \leq 1 \end{cases}$	۸
$f(n) = n^2 - \frac{(n+1)^3}{n+3} = \frac{n^2(n+3) - (n+1)^3}{n+3} = \frac{2n^3 + 3n^2 - n^3 - 3n^2 - 3n - 1}{n+3} = \frac{n^3 - 3n - 1}{n+3}$ $y = \frac{-3n-1}{n+3} \xrightarrow{\text{معکوس}} n = \frac{-3y-1}{y+3} \rightarrow y = -\frac{3n+1}{n+3} = \frac{(-3n-1) \times 2}{(n+3) \times 2}$ $\rightarrow \frac{-6n-2}{2n+6} = \frac{an+b}{2n+d} \rightarrow b = -2$ $\rightarrow f^{-1}(-2) = \frac{4-1}{1} = 3$	۹
$f(n) = \frac{n}{n^2+1} \xrightarrow{\text{معکوس}} n = \frac{y}{y^2+1} \rightarrow ny^2 - y + n = 0$ $(1-2n)(1+2n)$ $\rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4n^2}}{2n}$ و $D_{f^{-1}} = R_f = [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ فقط به ۲ چیز باید دقت کرد. اول اینکه اگر $n=0$ پس $y=0$ اما در تابع بالا در دانه نیست و لذا باید حسابش کنیم و دومی اینکه از آنجایی که $f(n)$ یک به یک نبود پس مابقی خیلی از y ها در تابع معکوس مقدار n می گیریم برای مثال $n=2$ و $n=\frac{2}{5}$ پس معکوس تابع f تابع نیست.	۱۰