

۱- چون  $f$  یک به یک است و دامنه اش  $\mathbb{R}$  است پس  $f$  بی‌سابقه است

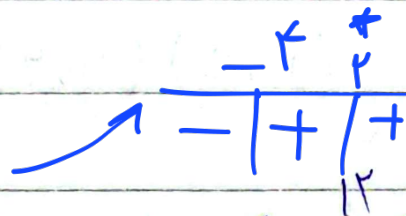
(۵)

همه به ازای  $a \in \mathbb{R}$  یک به یک است .  $a \in \mathbb{R}$

$$a^3 - 4 \geq 12a - 4$$

$$a^3 - 12a + 16 \geq 0$$

$$(a-2)^2(a+4) \geq 0$$



$$a \in [-4, +\infty)$$

$$f^{-1}(2) \leq 4 \rightarrow f(4) \leq 2 \rightarrow f(4) \leq f(4) + k \rightarrow k \leq 0 \rightarrow k = -1$$

الف)  $f(v) \leq (3 \times v) + 10 \leq 31 \rightarrow f(v) = 3(v) - 10 = 11$  (۱)

ب)  $f(f(x)) \leq f(3x+10) \leq 3(3x+10) + 10 \leq 9x + 30 + 10 \leq 9x + 40$

$$f(f(x)) = 3(3x-10) - 10 = 9x - 40$$

$$y \leq \frac{ax}{x-1} \xrightarrow{\text{دو طرفه}} x \leq \frac{ay}{y-1} \rightarrow ay \leq \frac{ax}{a-1}$$

(۱,۷۵)

$$\rightarrow 2a^2 - 2asa^2 \rightarrow a^2 - 2a \leq 0 \rightarrow a(a-2) \leq 0 \rightarrow a \leq 2$$

$a=0$  نمی‌تواند باشد زیرا در این صورت  $f(x)=0$  می‌شود و وارون به نیز نخواهد بود.

$f^{-1}(m) = \{ (1,3), (2,4), (3,5), (4,6) \}$        $g^{-1}(n) = \{ (1,2), (2,3), (3,4), (4,5) \}$

1)  $f(f^{-1}(x)) = \{ (1,3), (2,4), (3,5), (4,6) \}$  ✓

$\Rightarrow f^{-1}(f(x)) = \{ (1,3), (2,4), (3,5), (4,6) \}$  ✓

2)  $f(g^{-1}(m)) = \{ (2,5), (3,6) \}$  ✓

(2)

3)  $g^{-1}(f(m)) = \{ (1,3), (2,4), (3,5) \}$  ✓

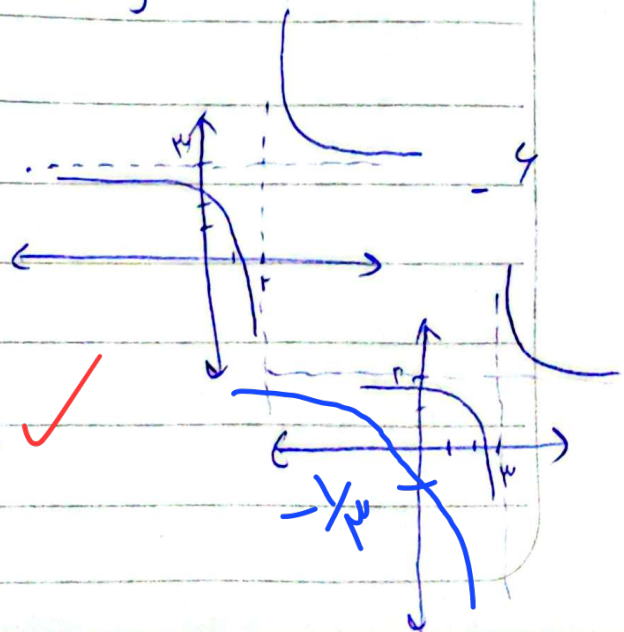
$g^{-1}(n) = \{ (1,2), (2,3), (3,4) \}$

$f(g^{-1}(m)) = \{ (1,3), (2,4), (3,5) \}$

(2)

$Phn \circ f \circ g^{-1} = \{ 1, 3, 5 \} \rightarrow h = \{ (1, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{4}), (5, \frac{1}{10}) \}$

$y = \frac{x+1}{x-2} \rightarrow$  جانب بالا:  $x < 2$   
 جانب باقی:  $y < 3$



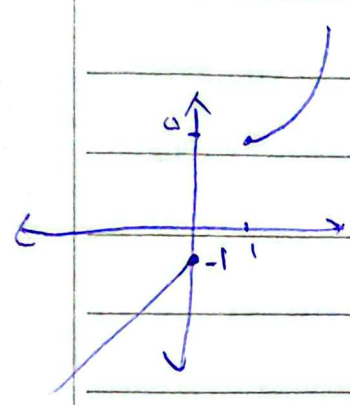
جواب:  $y = \frac{x+1}{x-2}$  ✓

جانب بالا:  $x < 2$   
 جانب باقی:  $y < 3$

(1/10)

$f(x) = |x-1| - |x-3|$  (1) (2)  
 $1-x-3+x-1 = -x-(3-x) \quad |x-1-(x-3)| = 2$   
 $1-x-3+x-1 = -x-(3-x)$   
 $x-1-(3-x)$   
 $x-1-3+x = 2x-4$   
 $[a, b] = [1, 3]$  ✓

$y = 2x - 4 \rightarrow x = \frac{y+4}{2} \rightarrow y = \frac{x+4}{2} - 2 \quad -2 \leq y \leq 2$



Sol:  $f^{-1}(x) = \begin{cases} y = \sqrt{x-4} & x \geq 4 \\ y = \frac{x+4}{2} & x \leq -1 \end{cases}$

$f(x) = \frac{x-1}{x+3} \rightarrow x = \frac{y-1}{y+3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x-1}{x+3}$   
 $\rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-4x-2}{2x+4} \rightarrow b = -2$  ✓

$f^{-1}(-2) = -2 \quad f^{-1}(b) = f^{-1}(-1) = \frac{1-1}{1+3} = 0$

$y = \frac{x}{x^2+1} \rightarrow x = \frac{y}{y^2+1} \rightarrow xy^2 + x = y$

$xy^2 - y + x = 0 \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4(x^2)}}{2x} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x}, |x| \leq \frac{1}{2}$

← حين  $x$  و  $y$  هم على نفس المنوال  $\oplus$  فان قبل است