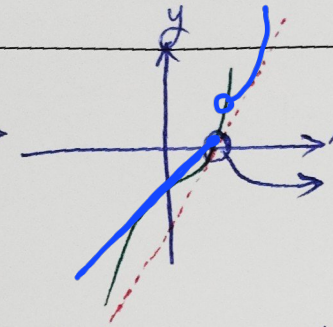
نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ۱۱ ..... کلاس .....

۱

$f(x)=\begin{cases} x^2-4 & ; x>a \\ 12x-20 & ; x\le a \end{cases}$



$x^2-4 \ge 12x-20 \rightarrow (x-2)^2(x+4)\ge 0$

نقطه تلاقی دو ضابطه $= x^2-4=12x-20$

$\rightarrow x=2$

* اگر بخواهیم این تابع یک به یک باشد باید ضابطه بندی خود را از نقطه تلاقی دو ضابطه انجام دهیم پس $a=2$ ←

$a\in[-4,+\infty)$

	$-\infty$		2	
	−	+	+	

۲

$f(x)=3x+k$

$f^{-1}(2)=4$ ← جابجا کردن x و y

$f(x)=3x+k \xrightarrow{(4,2)} f(4)=3(4)+k=2 \rightarrow k=-10$

الف) $f(2)=?$ $\rightarrow f(2)=3x+k=3x-10=3(2)-10=-4$ ✓

ب) $f(f(x))=? \rightarrow f(3x-10)=3(3x-10)-10=9x-30-10=9x-40$ ✓

۳

$f(x)=\frac{ax}{x-1}$ وارون $\rightarrow x=\frac{ay}{y-1} \rightarrow xy-x=ay \rightarrow ay-xy=-x$

$y(a-x)=-x \rightarrow y=\frac{-x}{a-x}$

$A(2a,a)$ ← روی وارون تابع $\xrightarrow{(2a,a)} \begin{cases} y=\frac{-x}{a-x} \\ \Rightarrow a=\frac{-2a}{a-2a}=\frac{-2a}{-a}=a \end{cases}$ طرفین وسطین $\rightarrow -2a=-a^2$

$a=?$

$\Rightarrow -a^2+2a=0 \rightarrow a(-a+2) \rightarrow a\begin{cases} a=2 \checkmark \\ a=0 \times \rightarrow \text{ق ن} = \text{ریشه غلط} \end{cases} \Rightarrow a=2$ ✓

۴

$f=\{(3,5)(4,7)(7,1)(9,4)\}$ ، $g=\{(3,1)(8,4)(9,5)\}$

الف) $fof^{-1} \rightarrow f(f^{-1}(x)) \rightarrow \begin{cases} 3\rightarrow 3 \\ 4\rightarrow x \\ 7\rightarrow x \\ 9\rightarrow 5 \end{cases} \rightarrow fof^{-1}=\{(5,3)(4,5)\}$

$\{(5,5)(7,7)(2,2)(4,4)\}$

ب) $f^{-1}of=f^{-1}(f(x)) \rightarrow \begin{cases} 5\rightarrow 3 \\ 7\rightarrow 4 \\ 1\rightarrow 7 \\ 4\rightarrow 9 \end{cases} \rightarrow f^{-1}of=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$ ✓

ج) $fog^{-1}=f(g^{-1}(x)) \rightarrow \begin{cases} 3\rightarrow 5 \\ 8\rightarrow x \\ 9\rightarrow x \end{cases} \rightarrow f(g^{-1}(x))=\{(1,5)\}\cup\{(5,4)\}$

د) $g^{-1}of=g^{-1}(f(x)) \rightarrow 5, x, 1, 4 \rightarrow g^{-1}of=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$ ✓

۱٫۲۵

۵

$f=\{(2,4)(4,8)(4,0)\}$ ، $g=\{(2,1)(4,3)(4,5)\}$ ، $h=\{(1,2)(3,4)(4,1)(5,1)\}$

$\frac{h}{fog^{-1}}=? \rightarrow \begin{cases} fog^{-1}=f(g^{-1}(x)) \rightarrow g^{-1} \rightarrow \begin{cases} 5\rightarrow 4 \xrightarrow{f} 0 \\ 3\rightarrow 4 \xrightarrow{f} 8 \\ 1\rightarrow 2 \xrightarrow{f} 4 \end{cases} \Rightarrow (5,0)(3,8)(1,4) \\ h \xrightarrow{\text{دامنه}} \begin{cases} 2 \\ 4 \\ 1 \end{cases} \rightarrow (1,2)(3,4)(4,1)(5,1) \end{cases}$

$D_{h\cap gog}=\{5,3,1\}$

$\Rightarrow \left\{\frac{2}{4}, \frac{4}{8}, \frac{1}{0}\right\} = \left\{\frac{2}{4}, \frac{4}{8}\right\} = \left\{\frac{1}{2}\right\}$ ✓

۲

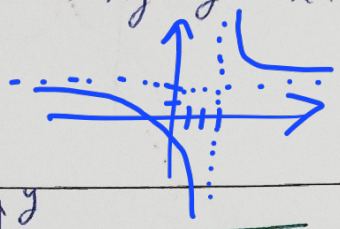
۶

$y=\frac{۳x+۱}{x-۲}$ تابع هموگرافیک ← $\begin{cases}\text{عرض از مبدأ}=\frac{b}{d}=-۲\\ \text{مجانب افقی}=\frac{a}{c}=۳\end{cases}$ رسم شکل ← تابع وارون پذیر است

۱٫۷۵

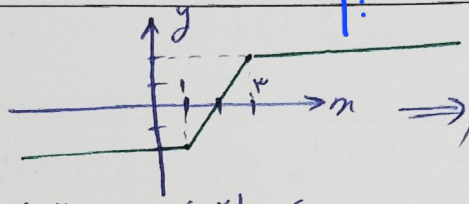
معکوس ← $x=\frac{۲y+۱}{y-۲}\longrightarrow xy-۲x=۲y+۱\longrightarrow xy-۲y=۲x+۱\longrightarrow y(x-۲)=۲x+۱$

$\longrightarrow y=\frac{۲x+۱}{x-۲}$ ✓



نمودار معکوس ←

۷

$f(x)=|x-۱|-|x-۳|$ تابع تکه‌ای ← 

$\Longrightarrow$ بازه وارون پذیر $=[۱,۳]$ ✓ ۱٫۷۵

$\begin{cases}a=۱\\ b=۳\end{cases}$

$-۲\le x\le ۲$

$y=ax+b\longrightarrow \begin{cases}m=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{۲-(-۲)}{۳-۱}=\frac{۴}{۲}=۲\\ b\longrightarrow y=۲x+b\longrightarrow (-۲)=۲(۱)+b\longrightarrow b=-۴\end{cases}$ معادله

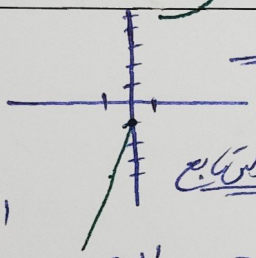
$y=۲x-۴$ معکوس $\longrightarrow x=۲y-۴\longrightarrow ۲y=x+۴\longrightarrow y=\frac{x+۴}{۲}=\frac{۱}{۲}x+۲$ ✓

۸

$f(x)=\begin{cases}x^۳+۴ & ; x>۱\\ ۴x-۱ & ; x\le ۰\end{cases}$

$\longrightarrow R_y=x\le -۱$

$\longrightarrow \begin{cases}۴x-۱\longrightarrow x=۴y-۱\\ \Rightarrow ۴y=x+۱\longrightarrow y=\frac{x+۱}{۴}\ ,\ D=x\le -۱\end{cases}$



$\Longrightarrow$ تابع وارون پذیر است $\longrightarrow R_y=[۰,+\infty)$

معکوس تابع $\Longrightarrow \begin{cases}y=x^۳+۴\longrightarrow x=y^۳+۴\longrightarrow y^۳=x-۴\\ \longrightarrow y=\sqrt[۳]{x-۴}\Longrightarrow D:x>۰\end{cases}$

۲

معکوس تابع ← $\begin{cases}y=\sqrt[۳]{x-۴}\ ,\ x>۰\\ y=\frac{x+۱}{۴}\ ,\ x\le -۱\end{cases}$ ✓

۹

$f(x)=x^۲-\frac{(x+۱)^۳}{x+۳}$ ساده کردن ← $y=\frac{x^۲(x+۳)-(x+۱)^۳}{x+۳}=\frac{x^۳+۳x^۲-x^۳-۱-۳x^۲-۳x}{x+۳}=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$ ۱

$f^{-1}(x)=\frac{ax+b}{۲x+d}$ معکوس کردن ← $x=\frac{-۳y-۱}{y+۳}\longrightarrow$ ضرب کردن $\longrightarrow xy+۳x=-۳y-۱$

$\longrightarrow (x+۳)y=-۳x-۱$ تابع معکوس $\longrightarrow y=\frac{-۳x-۱}{x+۳}$ برابری $\frac{ax+b}{۲x+d}\longrightarrow \begin{cases}a=-۳\\ b=-۱\\ d=+۳\end{cases}$ $a=-۶$ $b=-۲$ $d=۶$

$f^{-1}(b)=?$ $(b<۰)$

$f^{-1}(-۱)=\frac{-۳x-۱}{x+۳}=\frac{-۳(-۱)-۱}{(-۱)+۳}=\frac{۳-۱}{۲}=۱$ ✓ ۱

$f^{-1}(b)=f^{-1}(-۲)=\frac{۱}{۲}=۵$

$f^{-1}(x)=\frac{-۶x-۲}{۲x+۶}$

۱۰

$f(x)=\frac{x}{x^۲+۱}$ معکوس $\longrightarrow$ جابجا کردن x و $y\longrightarrow x=\frac{y}{y^۲+۱}$ طرفین وسطین $\longrightarrow xy^۲+x=y$ ۱٫۵

$\longrightarrow$ تبدیل به معادله درجه ۲ $\longrightarrow xy^۲-y+x=۰$ تشکیل y با Δ $\longrightarrow y=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}$

$y=\frac{۱\pm\sqrt{۱-۴x^۲}}{۲x}$ $\quad |x|\le \frac{۱}{۲}$

چون x و y هم‌علامت اند همه حالت $\oplus$ قابل قبول است