نام و نام خانوادگی ..... پاسخنامه تشریحی تکلیف شماره ..... کلاس .....

۱

$x^3 - 4 = 12x - 20 \Rightarrow x^3 - 12x + 16 = 0 \rightarrow (x-2)^2(x+4) = 0$

$-4 \le a < \infty \Leftarrow$

$a = [-4 \quad +\infty)$

۲

الف) $f(4) = 3(4) + k = 2 \Rightarrow k = -10 \Rightarrow f(x) = 3x - 10$

$\Rightarrow f(7) = 21 - 10 = 11$

ب) $f(f(x)) = 3(3x - 10) - 10 = 9x - 30 - 10 = 9x - 40$

۳

$2a = \frac{a^2}{a-1} \Rightarrow 2a^2 - 2a = a^2 \rightarrow a^2 - 2a = 0$

$a = 0$ غ ق ق < 2

۴

الف) $fof^{-1} = \{(5,5), (7,7), (2,2), (6,6)\}$

ب) $f^{-1}of = \{(3,3), (4,4), (7,7), (9,9)\}$

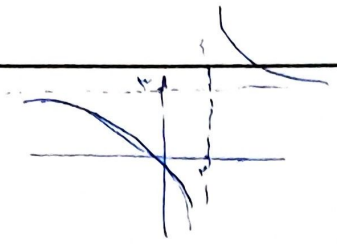
ج) $fog^{-1} = \{(2,5), (5,6)\}$

د) $g^{-1}of = \{(3,9), (7,3), (9,8)\}$

۵

$\frac{h}{fog^{-1}} = \{(1, \frac{1}{2}), (3, \frac{1}{2})\}$

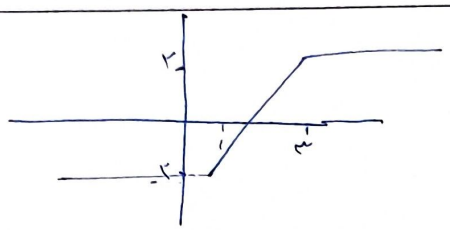
۶



$\longrightarrow$ یک به یک است $\Rightarrow$ معکوس پذیر است

$$x = \frac{۳y+۱}{y-۲} \Rightarrow \boxed{y = \frac{۲x+۱}{x-۳}}$$

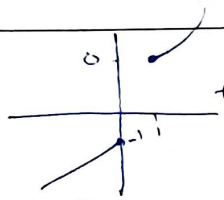
۷



$$\Rightarrow [a\ b] = [۱\ ۳] = \begin{cases} a = ۱ \\ b = ۳ \end{cases}$$

$$\Rightarrow y = ۲x - ۴ \longrightarrow x = ۲y - ۴ \longrightarrow y = \frac{x+۴}{۲}$$

۸



$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۴ & x \geq ۱ \longrightarrow R_f = [۵\ +\infty) \\ ۴x - ۱ & x \leq ۰ \longrightarrow R_f = (-\infty\ -۱] \end{cases}$$

$$y = x^۲ + ۴ \longrightarrow x = y^۲ + ۴ \Rightarrow f^{-۱} = \sqrt{x-۴}$$

$$y = ۴x - ۱ \longrightarrow x = ۴y - ۱ \Rightarrow f^{-۱} = \frac{x+۱}{۴}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-۴} & ۵ \leq x < \infty \\ \frac{x+۱}{۴} & -\infty < x \leq -۱ \end{cases}$$

۹

$$x = y^۲ - \frac{(y+۱)^۳}{y+۲} = \frac{y^۳ + ۲y^۲ - (y^۳ + ۱ + ۳y^۲ + ۳y)}{y+۲} = \frac{-۳y - ۱}{y+۲}$$

$$\Rightarrow f^{-۱} = -\frac{۳x+۱}{x+۳} = \frac{-۳x-۱}{x+۳} \xrightarrow{\frac{ax+b}{۳x+۵}} a = -۳ \Rightarrow b = -۱$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(b) = f^{-۱}(-۱) = \frac{-۳(-۱) - ۱}{-۱ + ۳} = ۱$$

۱۰

$$x = \frac{y}{y^۲+۱} = xy^۲ - y + x = ۰ \xrightarrow{\Delta} x = \begin{cases} \frac{۱ + \sqrt{۱ - ۴x^۲}}{۲x} \\ \frac{۱ - \sqrt{۱ - ۴x^۲}}{۲x} \end{cases}$$

y و x هم علامت $\longrightarrow$ $\boxed{x = \frac{۱ + \sqrt{۱ - ۴x^۲}}{۲x}}$