

شرط
کلی

$$x^3 - 4 \geq 12x - 20$$

$$\hookrightarrow x^3 - 12x + 16 \geq 0 \quad \begin{cases} x = -4 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{c} * \\ -4 \quad 2 \\ \hline - \quad + \quad + \end{array}$$

$$x \in [-4, +\infty)$$

$$f(2) = 4 \Rightarrow f(4) = 2 \xrightarrow{x=4} 12+4 \leq 2 \Rightarrow 4 \leq -10 \\ \Rightarrow f(x) \leq 12x - 10$$

$$f(7) = 21 - 10 = 11 \quad f(f(x)) = f(12x - 10) = 9x - 4$$

$$f(2a) = a \Rightarrow f(a) = 2a \xrightarrow{x=a} \frac{a^2}{a-1} = 2a \rightarrow a = 2$$

$$f(x) \leq \frac{12x}{x-1} \quad f^{-1}(x) \leq \frac{x}{x-2}$$

$$\text{الف) } \{(0,0), (1,1), (2,2), (9,9)\}$$

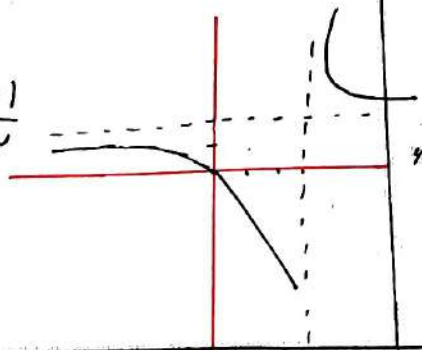
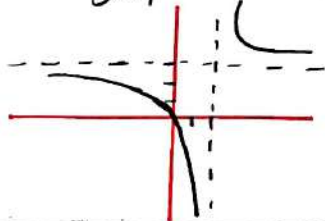
$$\text{ب) } \{(3,3), (4,4), (7,7), (9,9)\} \quad \text{د) } \{(3,9), (7,3), (9,8)\}$$

$$\text{ج) } \{(2,0), (0,9)\}$$

$$f \circ g^{-1} = \{(1,4), (3,8), (0,0)\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (3, \frac{1}{8})\}$$

$$y = \frac{3y+1}{y-2} \rightarrow y(y-2) = 3y+1 \rightarrow y = \frac{3y+1}{y-2}$$



در بازه y بین درستی وارون پذیر است طبق شکل نمودار میسر

$$y \in [1, 3]$$

$$f^{-1}: \frac{y+1}{2}$$

$$|y-1| - |y-3| = y-1 - 3y+2 = 2y-1 \rightarrow y = \frac{y+1}{2}$$

$$y = y^3 + 1 \rightarrow y^3 = y - 1 \rightarrow y = \sqrt[3]{y-1} ; y \geq 0$$

$$4y = y+1 \rightarrow y = \frac{y+1}{4} ; y \leq -1$$

$$y^2 - \frac{(y+1)^3}{y+3} = \frac{\cancel{y^3} + 3\cancel{y^2} - \cancel{y^3} - 3\cancel{y^2} - 3y - 1}{y+3} = \frac{-3y-1}{y+3}$$

$$a = -4 \quad b = -1$$

وارون با خودش برابر

$$f^{-1}(-2) = 0$$

تابع در صورت سوال یک به یک نیست و وارون پذیر نیست به ازای $y = \frac{1}{2}$ و $y = 2$ به y های یکسان می رسیم

$$3y^2 - y + 9 = 0$$

اما ضابطه به صورت کلی

$$\Delta \rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-108}}{6}$$