

۱- ضوابط درونی هر یک یک باشد

۱۹,۵ سید علی با آری

$$f(n) = \begin{cases} n^2 - 5 & n > 2 \\ 12n - 2 & n \leq 2 \end{cases}$$

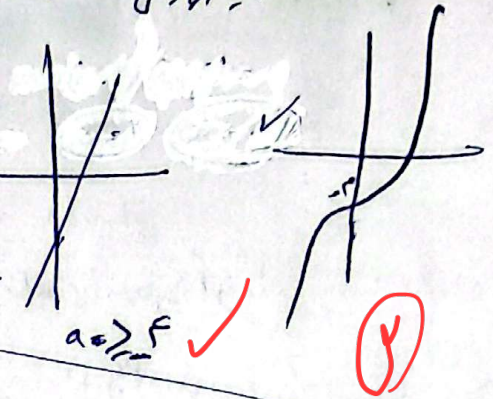
۲- از آنجا که f یک تابع است $f(n) = 12n - 2$ $g = n^2 - 5$

$n^2 - 5 \geq 12n - 2$

$n^2 - 12n + 16 \geq 0 \Rightarrow n^2 - 12n + 16 = n(n^2 - 12n + 16)$

$\Rightarrow (n-2)(n^2 + 16n - 1) \geq 0 \Rightarrow (n-2)^2 (n+8) \geq 0$

$\Rightarrow n \geq -8$ ✓



(۱) $f(n) = 2$

یعنی آنجا که $f(n) = 2$

$f(n) = 2$

$f(n) = 12n + k$

$\Rightarrow f(n) = 12n + k = 2 \Rightarrow k = -10$

$f(n) = 12n - 10$

الف) $f(n) = 12n - 10 = 2$ ✓

ب) $f(f(n)) = 12(12n - 10) - 10 = 144n - 130$

$A(2, a)$

$f(n) = \frac{4n}{n-1} \Rightarrow f^{-1}(n) = \frac{4n}{n-1}$

$\Rightarrow 4g - n = 4 \Rightarrow g(n-1) = n \Rightarrow g = \frac{n}{n-1}$

$(a, a) = \frac{2a}{a} = 2$

$(2, 2)$

$g = \{(2, 2), (1, 2), (2, 1)\}$ $f = \{(2, 2), (1, 2), (2, 1)\}$

الف) $f \circ f^{-1} = \{(2, 2), (1, 1), (2, 2), (1, 1)\}$

ب) $f^{-1} \circ f = \{(2, 2), (1, 1), (2, 2), (1, 1)\}$ ✓

ج) $f \circ g = \{(2, 2), (1, 1)\}$ ✓

د) $g^{-1} \circ f = \{(2, 2), (1, 1), (2, 2), (1, 1)\}$ ✓

۱,۷۵

$f \circ g^{-1} = \{(1, 4), (2, 1), (5, 0)\}$ $\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \{(1, \frac{1}{4}), (2, \frac{1}{1})\}$

$h = \{(1, 7), (2, 4), (4, 1), (5, 0)\}$

$g = \frac{3x+1}{x-2}$

۲ = ریشی منحنی = مماسیت قائم

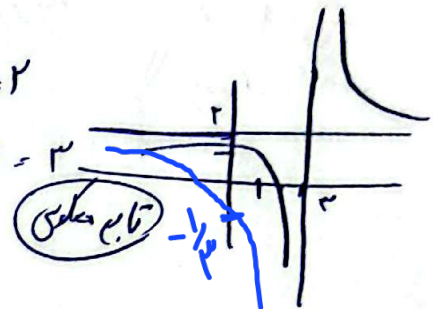
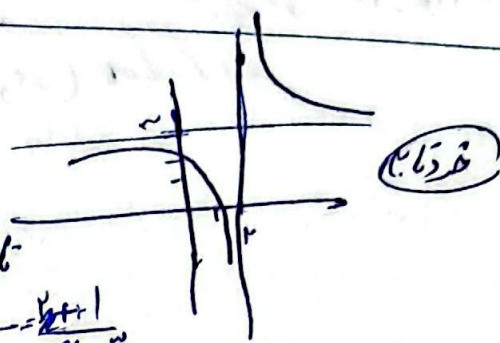
$\frac{3}{2} = \frac{a}{c}$ (۳) مماسیت افقی

تابع یک به یک است زیرا خط مماسی از نمودار آن (در چند نقطه قطع نمی کند)

$x = \frac{3y+1}{y-2} \Rightarrow y = \frac{-x-1}{x-3} = \frac{x+1}{x-3}$

$f(x) = g = \frac{3x+1}{x-3}$ $\frac{3}{2} = \frac{a}{c}$ $\frac{3}{2} =$ مماسیت افقی

$\frac{3}{2} =$ ریشی منحنی = مماسیت عمودی



$f(x) = |x-1| - |x-3|$

در بازه [۱, ۳]

$|x-1| = x-1$

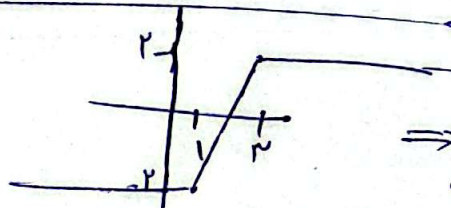
$|x-3| = 3-x$

$\Rightarrow f(x) = x-1-(3-x) = 2x-4$

$x = 2y-4$

$y = \frac{x+4}{2}$

$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2} = 2 \Rightarrow x = 0$



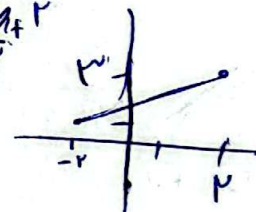
$\Rightarrow$ تابع در بازه [۱, ۳] $[a, b] \Rightarrow [a, b]$

$a=1, b=3$

تابع در بازه [۱, ۳] به صورت شیب دارد

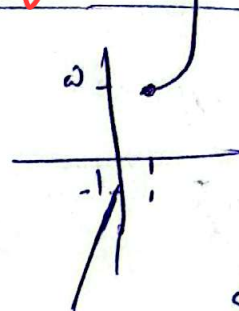
$f^{-1}(x) = \frac{x+4}{2}$

$1 < \frac{x+4}{2} < 3$
 $1 < x < 2$
 $2 < x < 4$



$x+4 \geq 1 \Rightarrow x \geq -3$

$x-1 \leq 0 \Rightarrow x \leq 1$



تابع شیب دارد

$x = y+4 \Rightarrow \sqrt{x-4} = y$

$x = 4y-1 \Rightarrow \frac{x+1}{4} = y$

$y = \frac{x+1}{4} \Rightarrow \frac{x+1}{4} \leq 0 \Rightarrow x \leq -1$

$y = \sqrt{x-4} \Rightarrow$ در این تابع شیب دارد $\Rightarrow \sqrt{x-4} \geq 1 \Rightarrow x \geq 5$

تابع معکوس به صورت
 $f^{-1}(x) = \begin{cases} \sqrt{x-4} & x \geq 5 \\ \frac{x+1}{4} & x \leq -1 \end{cases}$

$$f(n) = a^r - \frac{(a+1)^r}{r+1} \Rightarrow f^{(-1)} a = n = g^r - \frac{(g+1)^r}{r+1} \quad n = \frac{g^r + r g^{r-1} - (g+1)^r}{g+r} \quad -9$$

$$a = \frac{g^r + r g^{r-1} - g^r - r g^{r-1} - r g - 1}{g+r} \Rightarrow n = \frac{-r g - 1}{g+r}$$

$$\frac{-r g - 1}{g+r} \Rightarrow g = -\frac{r n + 1}{-r} \Rightarrow g = \frac{r n + 1}{r} = \frac{-r n - 1}{r n + r} = \frac{a n + b}{r n + d} \quad (b = -1) \quad (Y)$$

$$f^{(-1)}(b) = \frac{-r b - 1}{b+r} = \frac{a}{1} \quad (a) \quad \checkmark$$

وإذا كان $f(n) = \frac{a}{a^r + 1}$ أو $f(n) = \frac{a}{a^r + 1}$

$$n = \frac{g}{g^r + 1} \Rightarrow$$

$$n g^r + n = g \Rightarrow n g^r - g + n = 0 \quad g = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 n^r}}{2 n}$$

$$f^{-1}(n) = \frac{1 + \sqrt{1 - 4 n^r}}{2 n}$$

$$\text{الحل الجيد} \leftarrow f(n) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 n^r}}{2 n}$$

$$f^{(2)}(n) = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 n^r}}{2 n}$$

$$|n| \leq \frac{1}{4}$$

(1/4) ✓