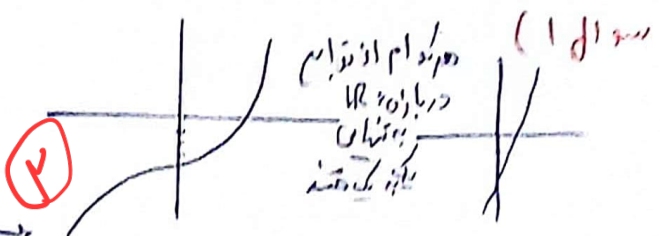


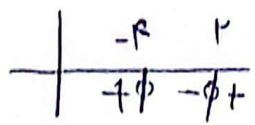
18,5

نشان بدهد که f یک تابع یک به یک است

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4 & ; x > a \\ 12x - 2 & ; x \leq a \end{cases}$$



$$12x - 2 \leq x^3 - 4 \Rightarrow x^3 - 12x + 2 \geq 0 \Rightarrow x^3 - 4x = x(x^2 - 4) = x(x-2)(x+2) \geq 0$$



$$\Rightarrow a \in [-1/6, +\infty)$$

$$x^3 - 4x = 12x - 2 \Rightarrow x^3 - 16x = 0 \Rightarrow x(x^2 - 16) = 0 \Rightarrow x(x-4)(x+4) = 0$$

$$f^{-1}(2) = 4$$

$$f(x) = 12x + k$$

$$\Rightarrow f(4) = 12(4) + k = 2 \Rightarrow k = -46$$

$$f(1) = 12(1) - 2 = 10$$

$$f(f(1)) = 12(10) - 2 = 118$$

$$f(x) = \frac{ax}{x-1}$$

$$f(a) = \frac{a(a)}{a-1}$$

$$\Rightarrow f(a) = \frac{a(a)}{a-1} = 2a \Rightarrow \frac{a^2}{a-1} = 2 \Rightarrow a^2 = 2(a-1) \Rightarrow a^2 - 2a + 2 = 0$$

$$\begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

$f(x) = 0$ می شود و در این صورت $a = 0$ نمی تواند باشد زیرا در این صورت f یک تابع یک به یک نیست.

$$f = \{(3, 5), (4, 7), (7, 2), (9, 6)\} \quad g = \{(3, 2), (1, 4), (9, 5)\}$$

$$f \circ f^{-1}(x) = f(f^{-1}(x))$$

$$\begin{matrix} 5 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \\ 7 \rightarrow 4 \rightarrow 7 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 2 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \\ 6 \rightarrow 9 \rightarrow 6 \end{matrix}$$

$$f^{-1} \circ f = f^{-1}(f(x))$$

$$\begin{matrix} 3 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \\ 4 \rightarrow 7 \rightarrow 4 \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 7 \rightarrow 2 \rightarrow 7 \\ 9 \rightarrow 6 \rightarrow 9 \end{matrix}$$

$$g \circ g^{-1}(x) = g(g^{-1}(x))$$

$$\begin{matrix} 2 \rightarrow 3 \rightarrow 5 \\ 4 \rightarrow 1 \rightarrow 4 \end{matrix}$$

$$5 \rightarrow 9 \rightarrow X$$

$$g^{-1} \circ f = g^{-1}(f(x))$$

$$\begin{matrix} 3 \rightarrow 5 \rightarrow 9 \\ 4 \rightarrow 7 \rightarrow X \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} 7 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \\ 9 \rightarrow 6 \rightarrow 1 \end{matrix}$$

18,5

$$f = \{(1, 4), (4, 1), (6, 0)\} \quad g = \{(1, 1), (4, 2), (6, 0)\}$$

سوال ۵

$$h = \{(1, 2), (4, 1), (6, 0)\}$$

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \frac{h}{f(g^{-1}(x))}$$

$$f \circ g^{-1} \quad \begin{matrix} 1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \\ 3 \rightarrow 4 \rightarrow 8 \\ 5 \rightarrow 6 \rightarrow 0 \end{matrix}$$

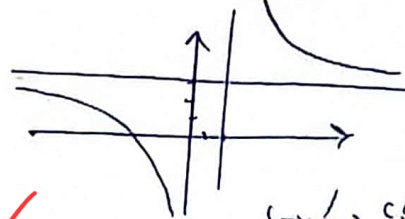
$$h \quad \begin{matrix} 1 \rightarrow 2 \\ 3 \rightarrow 4 \\ 4 \rightarrow 1 \end{matrix}$$

۲

$$\frac{h}{f \circ g^{-1}} = \left\{ (1, \frac{2}{4}), (4, \frac{1}{8}), (6, \frac{0}{0}) \right\} \Rightarrow \left\{ (1, \frac{1}{2}), (4, \frac{1}{8}) \right\} \checkmark$$

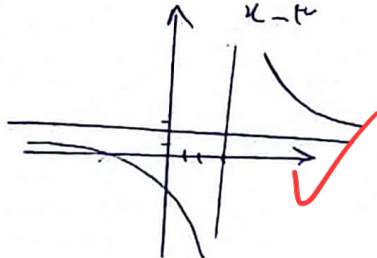
$$y = \frac{x+1}{x-2} \Rightarrow$$

تقاطع دو خط موازی
مستقیم می باشد



سوال ۶

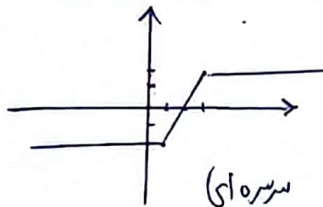
$$\Rightarrow x = \frac{xy+1}{y-2} \Rightarrow y = -\frac{-2x-1}{x-2} = \frac{2x+1}{x-2} \checkmark$$



هم خط افقی
نمودار تابع را در یک نقطه
قطع می کند = تابع به ۱ است = خارج می بیند

۲

$$f(x) = |x-1| - |x-3| \rightarrow [a, b]$$



باید به شکل در بازه [۱, ۳] تابع وارون می باشد.

۱, ۷, ۵

سوال ۷

$$f(x) = |x-1| - |x-3| \xrightarrow{1 \leq x \leq 3} f(x) = x-1 + x-3 = 2x-4$$

-۲, ۱, ۲, ۲

$$\Rightarrow y = 2x-4 \Rightarrow x = \frac{y+4}{2} \Rightarrow x+4 = 2y \rightarrow y = \frac{x+4}{2} = \frac{x}{2} + 2 \checkmark$$

$$f(x) = \begin{cases} x^3+4 & ; x \geq 1 \\ 4x-1 & ; x \leq 0 \end{cases}$$



باید به شکل هر خط افقی نمودار تابع را در یک نقطه قطع می کند = تابع وارون می باشد

سوال ۸

$$x = \begin{cases} y^3+4 & ; x \geq 1 \\ 4y-1 & ; x \leq -1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x-4 = y^3 & ; x \geq 1 \\ x+1 = 4y & ; x \leq -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sqrt[3]{x-4} = y & ; x \geq 1 \\ \frac{x+1}{4} = y & ; x \leq -1 \end{cases} \checkmark$$

۲

$$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{cx+d}{ex+f} \quad f^{-1}(h)? \quad (90 \text{ سوال})$$

$$f(x) = x^2 - \frac{(x+1)^3}{x+3} = \frac{x^2(x+3) - (x+1)^3}{(x+3)} = \frac{x^3 + 3x^2 - (x^3 + 3x^2 + 3x + 1)}{(x+3)} = \frac{-3x-1}{x+3}$$

175

$$\Rightarrow x = \frac{-3y-1}{y+3} \Rightarrow y = -\frac{3x+1}{x+3} = \frac{-3x-1}{x+3} \left(\times \frac{2}{2} \right) = \frac{-6x-2}{2x+6} \Rightarrow b = -2$$

$$f^{-1}(-1) = \frac{-6(-1)-2}{2(-1)+6} = \frac{12-2}{-2+6} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2.5$$

$$f(x) = \frac{x}{x^2+1} \Rightarrow x = \frac{y}{y^2+1} \Rightarrow xy^2 + x - y = 0 \Rightarrow xy^2 - y + x = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{1 \pm \sqrt{1-4x^2}}{2x} \quad x=1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \Rightarrow f^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = 1$$

غیر

$$\Rightarrow \frac{1 \pm \sqrt{1-4\left(\frac{1}{2}\right)^2}}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = 1 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{1 + \frac{\sqrt{3}}{2}}{1} = \frac{2 + \sqrt{3}}{2} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$$

چون ۱ و ۱/۲ علامت پس
فقط ۱ قابل قبول است

1/6

البته این موضوع، اهم مدنظر داریم
که تابع یک به یک است، البتہ اگر نخواهیم این را در نظر بگیریم، با فرضی خطا حل کنیم مطابق بالا خواهیم داشت

$$\begin{cases} y = \frac{x_1}{x_1^2+1} \\ y = \frac{x_2}{x_2^2+1} \end{cases} \Rightarrow \frac{x_1}{x_1^2+1} = \frac{x_2}{x_2^2+1} \Rightarrow x_1^2 = x_2^2 \Rightarrow x_1 = \pm x_2$$