به نام خدا

SUBJECT: تکلیف ۱۱ رایان معماریان کلاس یازدهم A

Year: Month: Day: Page: ( )

۱-

$R_{x^3-4} = (a^3-4, +\infty)$

$R_{12x-20} = (-\infty, 12a-20]$

$12a-20 \geq a^3-4 \to a^3-12a+16$

$a^3-12a+16 \div (a-2) = a^2+2a-8$

$-(a-2)(a+4)(a-2) \geq 0$ (sign table: -4, 2: $-$ $+$ $+$)

$a = [-4, +\infty)$

۲-

$f(4)=2 \to 12+k=2 \to k=-10 \to f(x)=3x-10 \to$ (الف $f(7)=11$

ب) $f(f(x)) = 3(3x-10)-10 = 9x-30-10 = 9x-40$

۳-

$y=\frac{ax}{x-1} \to yx-y=ax \to yx-ax=y \to x(y-a)=y \to x=\frac{y}{y-a} \to f^{-1}(x)=\frac{x}{x-a}$

$a=\frac{2a}{2a-a} \to a=\frac{2a}{a} \to a^2-2a=0 \to a(a-2)=0 \to$ { $a=0 \to f(x)=0$ غ ق ق ; $a=2$ ✓ }

۴-

الف) $5\to3\to5$ / $7\to4\to7$ / $2\to7\to2$ / $6\to9\to6$ / $\to fof^{-1}=\{(5,5)(7,7)(2,2)(6,6)\}$

ب) $3\to5\to3$ / $4\to7\to4$ / $7\to2\to7$ / $9\to6\to9$ / $\to f^{-1}of=\{(3,3)(4,4)(7,7)(9,9)\}$

ج) $2\to3\to5$ / $6\to8\to\times$ / $5\to9\to6 \to fog^{-1}=\{(2,5)(5,6)\}$

د) $3\to5\to9$ / $4\to7\to\times$ / $7\to2\to3$ / $9\to6\to8 \to g^{-1}of=\{(3,9)(7,3)(9,8)\}$

۵-

$1\to2\to4$ / $3\to4\to8$ / $5\to6\to0$ / $fog^{-1}=\{(1,4)(3,8)(5,0)\} \to \frac{h}{fog^{-1}}=\{(1,\frac{1}{2})(3,\frac{1}{2})\}$

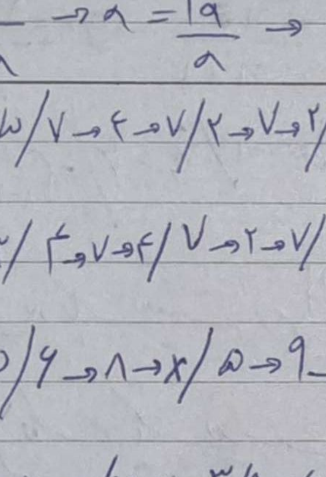
۶-

$y=\frac{3x+1}{x-2} \to x=\frac{2y-1}{y-3}=\frac{1+2y}{y-3} \to f^{-1}(x)=\frac{2x+1}{x-3}$

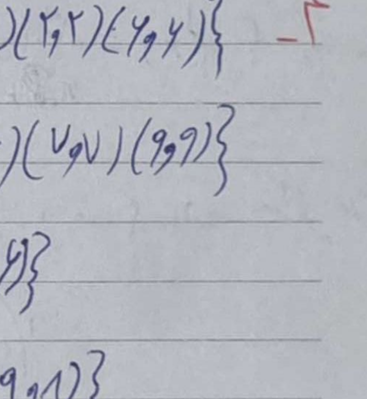
۲: مجانب قائم

۳: مجانب افقی

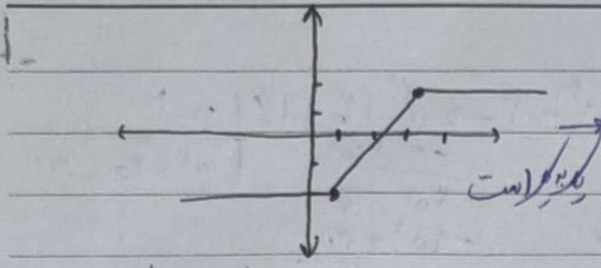
یک به یک است ✓



۲ = مجانب افقی / ۳ = مجانب قائم



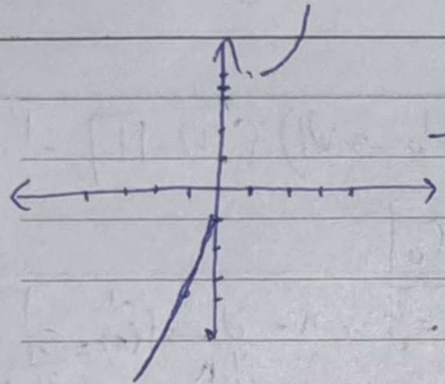
۷-



در بازه $[1 , 3]$ یک به یک است → $a=1$, $b=3$

$1 \le x \le 3 \to x-1+x-3=2x-4 \to f^{-1}(x)=\frac{x+4}{2}=\frac{1}{2}x+2 \;,\; D_{f^{-1}(x)}=[-2,2]$

۸- [redacted]



یک به یک است → $R_f = D_{f^{-1}}$

$$\begin{cases} \sqrt[3]{x-4} & x \ge 5 \\ \frac{x+1}{4} & x \le -1 \end{cases}$$

۹-

$x^2-\frac{x^3+3x^2+3x+1}{x+3}=\frac{x^3+3x^2-x^3-3x^2-3x-1}{x+3}=\frac{-3x-1}{x+3} \to x=\frac{3y+1}{y+3}=\frac{-3y-1}{y+3}$

$\to f^{-1}(x)=\frac{-3x-1}{x+3}=\frac{-6x-2}{2x+6} \to a=-6 / b=-2 / d=6 / \to f^{-1}(-2)=\frac{6-1}{-2+3}=5$

۱۰- تابع یک به یک نیست زیرا: مثال نقض → $x=4 \to y=\frac{4}{17}$ و $x=\frac{1}{4} \to y=\frac{4}{17}$

ضابطه (یک به یک نیست [redacted] اما ضابطه آن)

$yx^2-x+y=0 \to x=\frac{1\pm\sqrt{1-4y^2}}{2y} \to y=\frac{1\pm\sqrt{1-4x^2}}{2x}$

منفی قابل قبول نیست → $\frac{1+\sqrt{1-4x^2}}{2x}$ → وارون پذیر نیست ولی ض!